Alternative Wege zur Objektrekonstruktion aus Radon-transformierten Bilddaten

Martin Haimerl *

Institut für Algorithmen und Kognitive Systeme
Am Fasanengarten 5, 76128 Karlsruhe
Email: *haimerl@ira.uka.de*

Zusammenfassung. In diesem Beitrag werden Methoden vorgestellt, mit denen für CT-Aufnahmen Korrespondenzen zwischen Punkten oder Objekten im Radon- bzw. Ortsraum ermittelt werden können. Anhand dieser Entsprechungen lassen sich relevante Strukturen auf direktem Weg rekonstruieren. Weiterhin können durch gezielte Anpassungen der Meßdaten Artefakte, wie sie z.B. bei metallischen Störobjekten auftreten, erheblich reduziert und auf einen lokalen Bereich eingeschränkt werden.

Schlüsselwörter: Computertomographie, Radon-Transformation, Rekonstruktionsverfahren, lokale Tomographie.

1 Einführung

Computertomographie-(CT)-Aufnahmen sind ein wichtiges Hilfsmittel für viele medizinische Aufgabenbereiche wie z.B. die Diagnostik und die Operationsplanung. Problematisch wird eine zuverlässige Analyse der Bilddaten, sobald Störeinflüsse (z.B. Metallimplantate oder Patientenbewegungen) die Aufnahme beeinträchtigen. Bei den in der Praxis standardmäßig eingesetzten Verfahren zur Rekonstruktion des Bildes aus den Meßdaten führen derartige Störungen zu erheblichen Artefakten, die die Extraktion von Objektmerkmalen in den rekonstruierten Bilddaten nahezu unmöglich machen (siehe Abb. 1 (links)) [2]. In vielen Fällen ist dies dadurch bedingt, daß hohe Frequenzen, die insbesondere an Objektkanten auftreten, beim Rekonstruktionsprozeß unverhältnismäßig verstärkt werden. Durch den globalen Charakter der Rekonstruktion werden die daraus resultierenden Fehler über das gesamte Bild verstreut und machen dieses praktisch unbrauchbar.

Stattdessen besteht aber insbesondere bei gut lokalisierte Objekten die Möglichkeit, Kanten bereits in den Meßdaten zu detektieren, um diese dann direkt zu rekonstruieren oder die Rekonstruktion durch gezielte lokale Anpassungen

* Der Autor dankt der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Unterstützung im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 414 „Informationstechnik in der Medizin – Rechner und sensorgestützte Chirurgie" (Teilprojekt Q1).

[2] Für die Bereitstellung der Daten bedanke ich mich bei Torsten Rohlfing (Abteilung Radiologie, Charité, Virchow-Klinik Berlin).

robuster zu gestalten. Da die Meßdaten die Radon-Transformierte der zu ermittelnden Bilddaten darstellen, müssen dafür Korrespondenzen zwischen den Punkten im Radonraum und den Punkten im Ortsraum gefunden werden, die effizient und robust berechenbar sein sollten. In diesem Beitrag werden verschiedene Möglichkeiten vorgestellt, um derartige Entsprechungen zu bestimmen. Weiterhin werden Methoden erläutert, wie anhand der gefundenen Korrespondenzen der Einfluß von lokalen Störquellen im Wesentlichen auf kleine Bereiche beschränkt werden kann und somit auch dann der größte Teil des Bildes für die Diagnose und die Operationsplanung verwertbar bleibt, wenn Artefaktquellen den Aufnahmeprozeß beeinträchtigen.

2 Korrespondenzen zwischen Punkten im Radon- bzw. Ortsraum

2.1 Projektionen und Rückprojektionen

In idealisierter Betrachtungsweise wird bei einer CT-Aufnahme die Absorption eines entlang einer Gerade sich ausbreitenden Röntgenstrahls durch die Materieverteilung im Aufnahmebereich gemessen. Mathematisch läßt sich dieser Zusammenhang mittels der Radon-Transformation $\mathcal{R}$ darstellen. Für jede Meßgerade g errechnet sich der Datenwert $M(g)$ (dieser entspricht dem Verhältnis von Eingangs- und Ausgangsintensität bei logarithmischer Skalierung der Intensitäten) gemäß der Formel:

$$M(g) = \mathcal{R}(\mathcal{A})(g) = \int_{(x,y)\,\in\, g} A(x,y)\ ds(x,y). \tag{1}$$

$A(x,y)$ bezeichnet hierbei den Absorptionskoeffizienten im Ortspunkt (x,y) und $ds(x,y)$ stellt das euklidische Maß auf der Geraden g dar. Gleichung (1) besagt, daß für jede Gerade g über alle Punkte integriert wird, die auf der Geraden g liegen, die also inzident zu ihr sind. Damit wird eine Funktion im Ortsraum in eine Funktion im Radonraum (entspricht dem projektiven Raum $\mathbb{P}^2$) transformiert. Die Punkte im Radonraum repräsentieren Geraden des Ortsraums.

In ähnlicher Weise läßt sich auch eine Funktion im Radonraum in eine Funktion im Ortsraum transformieren, indem man für jeden Punkt $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ über alle Geraden integriert, die den Punkt (x,y) enthalten, d.h. man bildet:

$$\tilde{A}(x,y) = \mathcal{R}^*(M)(x,y) = \int_{g\,\ni\,(x,y)} M(g)\ d\sigma(g), \tag{2}$$

wobei $d\sigma(g)$ das normierte, rotationsinvariante Maß auf der kompakten Menge $\{\, g \in \mathbb{P}^2 \mid (x,y) \in g \,\}$ darstellt. $\mathcal{R}^*$ ist der aus verschiedenen Rekonstruktionsalgorithmen bekannte Rückprojektionsoperator. Er repräsentiert die zur Radon-Transformation duale Transformation. (Für mathematische Details siehe [1].)

Es ist leicht nachzuweisen, daß bei der Konkatenation $\mathcal{R}^*\mathcal{R}$ der beiden Operatoren (diese stellt eine Transformation des Funktionenraums im Ortsbereich in sich dar) für jeden Punkt (x,y) zur Berechnung des Funktionswertes

$\mathcal{R}^*(\mathcal{R}(A))(x,y)$ jeder andere Punkt in $\mathbb{R}^2$ berücksichtigt werden muß. Weiterhin kann gezeigt werden, daß $\mathcal{R}^*\mathcal{R}$ einer Faltung mit dem Filterkern $L_1^{(2)} = c_1^{(2)}\|(x,y)\|^{-1}$ entspricht, wobei $c_1^{(2)}$ eine entsprechend gewählte Konstante ist. $L_1^{(2)}$ entstammt der Familie der n-dimensionalen Riesz-Kerne $L_\alpha^{(n)} = c_\alpha^{(n)}\|\mathbf{x}\|^{\alpha-n}$ (mit Konstanten $c_\alpha^{(n)}$) und besitzt eine Singularität im Ursprung. Die Faltung mit $L_1^{(2)}$ läßt sich im Fourierbereich durch eine Multiplikation mit dem Frequenzbetrag $(\omega_x^2+\omega_y^2)^{1/2}$ invertieren. Allgemeiner bezeichne $\Lambda_\alpha^{(n)}$ die Multiplikation mit $(2\pi)^{-n/2}\|\boldsymbol{\omega}\|^{-\alpha}$ im Frequenzbereich. Derartige Operatoren entstammen der Klasse der Calderón-Operatoren. Auf der Darstellung $\Lambda_1^{(2)}\mathcal{R}^*\mathcal{R} = Id$ basieren eine Reihe von Rekonstruktionsalgorithmen. Viele der in der Praxis eingesetzten Verfahren (z.B. die gefilterte Rückprojektion) machen sich zudem die Gleichung $\Lambda_1^{(2)}\mathcal{R}^*\mathcal{R} = \mathcal{R}^*\Lambda_1^{(1)}\mathcal{R}$ zunutze, wobei der eindimensionale Calderón-Operator $\Lambda_1^{(1)}$ bzgl. der Abstandskoordinate (Abstand der Geraden zum Ursprung) im Radonraum angewandt wird.

2.2 Direkte Korrespondenzen

Es ist zu beachten, daß bei derartigen Rekonstruktionsmethoden hohe Frequenzen verstärkt werden und damit insbesondere bei stark lokalisierten Objekten Instabilitäten und Artefakte auftreten können, selbst wenn Regularisierungen der Operatoren vorgenommen werden. In Abb. 1 sieht man diese Wirkung bei den metallischen Störobjekten in Form von streifenartigen Artefakten, die das gesamte Bild überstrahlen und es weitgehend unbrauchbar machen.

Derartige gut lokalisierte Objekte lassen sich wesentlich besser rekonstruieren, wenn man direkte Korrespondenzen zwischen den Objekten bzw. einzelnen Punkten im Radon- bzw. im Ortsraum findet. Dazu kann man die Eigenschaft ausnutzen, daß zu den Randkurven von Objekten im Ortsraum entsprechende (duale) Randkurven im Radonraum existieren. In Abb. 2 (links) sind beispielsweise die Randkurven des Kopfphantoms sowie das Metallimplantat gut zu erkennen. Genauer betrachtet kann für jeden Punkt (x,y) im Ortsbereich ein korrespondierendes Paar $(r, dr/d\theta)$ anhand der Legendre-Transformation

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} sin(\theta) & -cos(\theta) \\ cos(\theta) & sin(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ \frac{dr}{d\theta} \end{pmatrix} \tag{3}$$

berechnet werden (siehe auch [2], [3]). r bezeichne hierbei den Abstand der Geraden zum Ursprung im Ortsraum und $dr/d\theta$ die Steigung der Tangente an die Randkurve im Radonraum. Mit dieser Gleichung lassen sich Randkurven von Objekten, die bereits im Radonraum detektiert werden können, direkt und damit äußerst effizient rekonstruieren. Für die Berechnungen sind lediglich lokale Operatoren erforderlich. Die Tangentensteigung wurde im Rahmen dieser Arbeit anhand des Gradientenvektors der Intensitätsfunktion im Radonraum geschätzt. Die Positionsgenauigkeit ist bei dieser Form der Korrepsondenzermittlung jedoch relativ niedrig, da sich lokale Schwankungen auch hier verstärken. In dieser Arbeit wurden daher je nach Zuverlässigkeit der Berechnungen (hierfür ist u.a.

der Gradientenbetrag ausschlaggebend) Konfidenzbereiche für die Positionen der Korrespondenzpunkte eingeführt. Über die Berücksichtigung der Kurvenorientierung (siehe [3]) läßt sich die Methodik noch leicht verbessern, da auf diese Weise festgestellt werden kann, auf welcher Seite der Kurve im Ortsraum das Innen- bzw. Außengebiet liegt.

2.3 Alternative Projektionsoperatoren

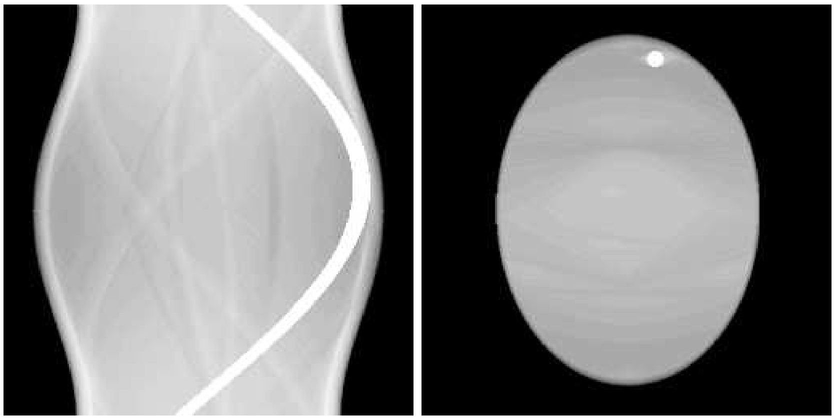
Wird statt einer schnellen Rekonstruktion eine genaue Lokalisation von Objekten benötigt, so werden weitere Korrespondenzverfahren erforderlich. In dieser Arbeit wurden dazu Vorgehensweisen gefunden, bei der die Integration im Rückprojektionsschritt beispielsweise durch eine Minimumsbildung ersetzt wird. Der Punkt bzw. die Punkte im Radonraum, die dabei die minimalen Funktionswerte liefern, dienen für die jeweiligen Punkte im Ortsbereich als Korrespondenzpunkte. Diese Minimumsprojektion stellt eine nichtlineare Alternative dar, um Funktionen im Radonraum auf Funktionen im Ortsraum abzubilden. Es können damit auf schnelle und einfache Weise Positionen verschiedener Objekte bzw. Referenzstrukturen gefunden werden. Wie in Abb. 2 (rechts) zu sehen ist, eignet sich die Methode insbesondere zur Detektion der Randkurve des Gesamtobjekts (bzw. deren konvexe Hülle) sowie zur Lokalisation metallischer Objekte. Gerade für diese Bereiche, die bei der Artefaktreduktion von besonderem Interesse sind, liefert diese Korrespondenzbestimmung sehr gute Ergebnisse.

3 Artefaktreduktion

Darauf aufbauend können dann für die gefundenen Punkte oder Bereiche gezielte Anpassungen der Datenwerte im Radonraum vorgenommen werden. Dabei wurden im Rahmen dieser Arbeit nicht wie in vielen anderen Verfahren (siehe z.B. [4]) die Daten im kritischen Bereich eliminiert und daraufhin aus den Umgebungsdaten neu geschätzt. Stattdessen wurden die Datenwerte im Radonraum mit geeigneten Gewichtungen versehen. Die Gewichtungsfaktoren sind Funktionen, die vom Abstand D zum jeweils betrachtenden Objekt abhängen. Im Wesentlichen handelt es sich um Funktionen der Form $\exp(-(a + bD)^c)$. Auf diese Weise wird dafür gesorgt, daß einerseits die hohen Frequenzen im Bereich von Objektkanten a priori gedämpft und die Streifenartefakte damit weitgehend eliminiert werden sowie andererseits die Wirkung der Datenmanipulation im Nachhinein weitgehend rückgängig gemacht werden kann. Zu dieser Abstandsgewichtung im Radonraum gibt es nämlich eine entsprechende Abstandsgewichtung im Ortsbereich. Aufgrund der Eigenschaften des Calderón-Operators besteht wahlweise auch die Möglichkeit, die Korrektur der Gewichtung nach der Filterung im Radonbereich aber noch vor der eigentlichen Rückprojektion vorzunehmen. Abbildung 1 (rechts) verdeutlicht die Wirkungsweise der Gewichtungen gemäß dem zuletzt erläuterten Modell. Man erkennt, daß insbesondere im dorsalen Schädelbereich kaum Artefakte verblieben sind, die durch die Metallimplantate hervorgerufen wurden. Zudem sind im vorderen Bereich die Strukturen nun sehr viel deutlicher erkennbar.

Abb. 1. CT-Aufnahme des Kopfes (mit Metallimplantaten im Zahnbereich). Links: Rekonstruktion mit Artefakten, rechts: angepaßte Rekonstruktion.

Abb. 2. Phantomdatensatz mit metallischem Objekt (Simulierte CT-Aufnahme). Links: Meßwerte im Radonbereich, rechts: Rückprojektion durch Minimumsbildung.



Literatur

1. Helgason S: The Radon Transform. Birkhäuser 1980.
2. Ramm AG, Katsevich AI: The Radon Transform and Local Tomography. CRC Press 1996.
3. Thirion J-P: Segmentation of Tomographic Data Without Image Reconstruction. IEEE Trans. on Medical Imaging, S.102-110, Vol. 11, Nr. 1, 1992.
4. Zerfowski D: Bildverbesserungsmethoden für die medizinische Diagnostik. Dissertation, IAKS, Universität Karlsruhe. CGA-Verlag 1998