

**Секованов В.С., Ивков В.А., Пигузов А.А., Фатеев А.С.**

Костромской государственной университет, г. Кострома, Россия

**ВЫПОЛНЕНИЕ МНОГОЭТАПНОГО МАТЕМАТИКО-ИНФОРМАЦИОННОГО ЗАДАНИЯ «ПОСТРОЕНИЕ ФРАКТАЛЬНЫХ МНОЖЕСТВ С ПОМОЩЬЮ L-СИСТЕМ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ» КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ КРЕАТИВНОСТИ СТУДЕНТОВ\***

**АННОТАЦИЯ**

*В данной работе рассматривается многоэтапное математико-информационное задание «Построение фрактальных множеств с помощью L-систем и информационных технологий», нацеленное на развитие креативности студентов. На разных этапах разбираются алгоритмы построения фракталов с помощью L-систем с усложняющимися порождающими правилами. При выполнении многоэтапного математико-информационного задания студентам предоставляется возможность быть в роли математика, программиста, экспериментатора, компьютерного художника, что повышает их мотивацию, как к обучению математике, так и к обучению информатике. При этом студент убеждается в глубоких интеграционных связях между математическими методами и информационными и коммуникационными технологиями. На наш взгляд, такой подход дает возможность организовывать творческую математическую и творческую информационную деятельность студентов, нацеленную на развитие их наглядно-образного мышления, интуиции – важнейшие креативных качеств.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА**

*L-система; порождающее правило; креативность; гибкость мышления; многоэтапное математико-информационное задание; информационные и коммуникационные технологии; фрактал; итерация; креативное качество.*

**Valeriy Sekovanov, Vladimir Ivkov, Alexey Piguzov, Alexander Fateev**

Kostroma State University, Kostroma, Russia

**EXECUTION OF MATHEMATICS AND INFORMATION MULTISTEP TASK "BUILDING A FRACTAL SET WITH L-SYSTEMS AND INFORMATION TECHNOLOGIES" AS A MEANS OF CREATIVITY OF STUDENTS**

**ABSTRACT**

*In this paper we consider multistage mathematical and information task "Construction of fractal sets with L-systems and information technologies" aimed at the development of creativity of students. At different stages understand algorithms for constructing fractals using L-systems with increasingly complex generative rules. When the multistage Mathematics and Information task students are provided the opportunity to be in the role of mathematics, programming, experimenter, computer artist, which increases their motivation is for learning math and science learning. In this case the student is convinced of the deep integration ties between mathematical methods and information and communication technologies. In our opinion, such an approach makes it possible to organize a creative mathematical and creative outreach activities of students, aimed at the development of spatial visualization ability, intuition - the most important creative qualities.*

**KEYWORDS**

*L-system; generating a rule; creativity; flexibility of thinking; multistage mathematical and information task; information and communication technologies; fractal; iteration; creative quality.*

---

\* Труды XI Международной научно-практической конференции «Современные информационные технологии и ИТ-образование» (SITITO'2016), Москва, Россия, 25-26 ноября, 2016

Изучению фрактальных множеств в настоящее время уделяется большое внимание. Особенно актуальным считается наглядное отображение фракталов с помощью различных алгоритмов построения. При этом исследование фрактала разбивается на несколько этапов: построение его базовой математической модели (порождающего правила), разработка алгоритма наглядного представления фрактала и визуальный анализ полученной модели. Такой подход позволяет строить многоэтапную траекторию изучения современных разделов математики с использованием информационных технологий [2], создавая соответствующие тематике учебные задания. На наш взгляд, выполнение многоэтапных математико-информационных заданий дает возможность эффективно изучать фрактальную геометрию.

Впервые многоэтапные математические задания рассматривались М. Клякля в [3]. Позднее В. С. Секованов продолжил исследования М. Клякля и ввел понятие «Многоэтапное математико-информационное задание» [6], при разработке и выполнении которого предусмотрено использование как математических методов, так информационных и коммуникационных технологий (ИКТ).

Мы понимаем многоэтапные математико-информационные задания как лабораторию, в рамках которой происходит творческая математическая и творческая информационная деятельность студента, нацеленные на развитие его креативных качеств. Предложенный подход к построению фракталов с помощью L-систем, дает возможность студентам убедиться в глубоких интеграционных связях математики и информатики. Выполнение математико-информационного задания «Построение фрактальных множеств с помощью L-систем и информационных технологий» предусмотрено в течение трех этапов. Схема-план данного многоэтапного математико-информационного задания представлена на Рис. 1.

L-системы рассматриваются в различных работах (см., например, [1, 4–8]). Отметим, что L-системы появились сравнительно недавно, во второй половине XX века в работах А. Линденмайера [1]. Современное развитие компьютерной графики и технологий ее программирования с помощью L-систем позволяет выполнять построения фрактальных множеств на экране компьютера.

L-системы дают огромные возможности конструирования фракталов и визуализации их с помощью компьютера. Следует отметить, что эта работа в простейшем варианте ориентирована на три шага:

1. Придумывание аксиомы (начального рисунка) и порождающего правила (преобразования рисунка), которые будут положены в основу поэтапного построения объекта с помощью тертл-графики (черепашьей графики);
2. Разработка компьютерной программы;
3. Получение и анализ изображения фрактала.

В самом простом случае мы будем иметь дело с тремя параметрами  $x$ ,  $y$ ,  $\alpha$  (триплетом), где  $x$  и  $y$  указывают координаты черепашки,  $\alpha$  – угол, под которым она должна выполнить движение. Черепашка умеет выполнять команды, задаваемые кодовым словом, которое читается слева направо. Кодовое слово – результат работы L-системы – в своем составе может иметь следующие буквы и символы: F – прорисовывая след, переместиться на один шаг вперед; + (–) – увеличить (уменьшить) угол  $\alpha$  на величину  $b$ . Например, при  $b = \pi/2$  графическое представление слова F+F+F+F есть квадрат, а при  $b = \pi/3$  графическое представление слова F++F++F есть равносторонний треугольник.

Строятся фракталы с помощью L-систем по следующей схеме:

1. Задается процедура, включающая аксиому и порождающее правило (или несколько порождающих правил);
2. Отмечается число итераций;
3. Указывается масштаб изображения;
4. Указываются координаты вывода фигуры на экран;
5. Указываются угол поворота и стационарный угол;
6. Строится изображение.

Опишем каждый из этапов и укажем решение дидактических задач, нацеленных на развитие креативности студентов.

**На первом этапе** рассматриваются простейшие L-системы, с одним порождающим правилом. Рассмотрен алгоритм построения фракталов с помощью L-систем (Рис. 2). Затем строятся три итерации фрактального множества «Снежинка» (Рис. 3). Аксиомой в данном случае является квадрат (нулевая итерация), а порождающее правило  $newf$  – первая итерация.

**procedure Snejinka;**  
**begin**

```

axiom:='F+F+F+F';
newf:='F-F+F-F-F+F-F';
alpha:=0; tetta:=-pi/2;

```

**end;**

Затем строятся три итерации фрактального множества «Кружева» (Рис.4). Аксиомой в данном случае является также квадрат (нулевая итерация), а порождающее правило newf – первая итерация. Два знака (+) соответственно два знака (-) означают поворот на угол 90 градусов против часовой стрелки или поворот на угол 90 градусов по часовой стрелке.

**procedure Krujewa;**

**begin**

```

axiom:='F--F--F--F';
newf:='F++F-F--F-F++F'; tetta:=-pi/4;

```

**end;**

Отметим, что при выполнении данного задания студенты развивают интуицию и наглядно-образное мышление, поскольку, прежде чем выполнить итерации, они анализируют аксиому и порождающее правило и предугадывают контуры фрактала, который появится на мониторе компьютера. В данной ситуации студентам предлагается выполнить две итерации, не используя ИКТ, для того чтобы сравнить результаты и оценить правильность работы алгоритма.

На втором этапе: рассматриваются L-системы с использованием ветвления (Рис. 2). Здесь алгоритм не является линейным. Данный алгоритм состоит из трех составляющих элементов – открытие ветви, запоминание триплета и закрытия ветви. Отметим, что и в этом случае для проверки результата студентам предлагается две итерации выполнить без использования компьютера, что развивает их наглядно-образное мышление, являющееся важным креативным качеством личности.



Рис. 1 Схема-план многоэтапного математико-информационного задания «Построение фракталов с помощью L-систем и информационных технологий»

На Рис. 5 приведены первые пять итераций фрактала «Куст». Аксиомой в данном случае является вертикальный отрезок (нулевая итерация), а порождающее правило newf – первая итерация. Как уже отмечалось, здесь в отличие от приведенных выше итераций встречаются операции ветвления [ (открытие ветви), ] (закрытие ветви) и триплет (x, y, α). (Для хранения

триплетов используется стек в виде матрицы). Причем новые данные записываются в конец стека. Когда ветвь стека закрывается величинам  $(x, y, \alpha)$  присваиваются значения, считанные из конца стека с последующим удалением данных значений.

```

procedure Kust;
begin axiom:='F';
      newf:='-F+F+[+F-F]-[-F+F+F]';
      alpha:=-pi/2;
      tetta:=-Pi/8;

```

**end;**

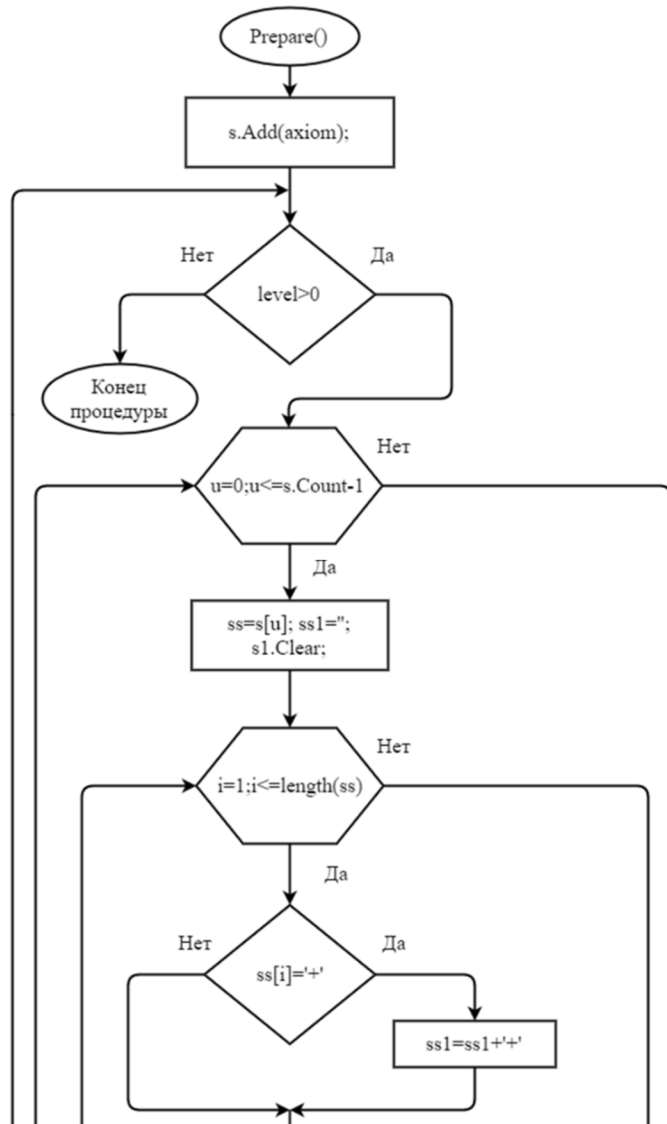
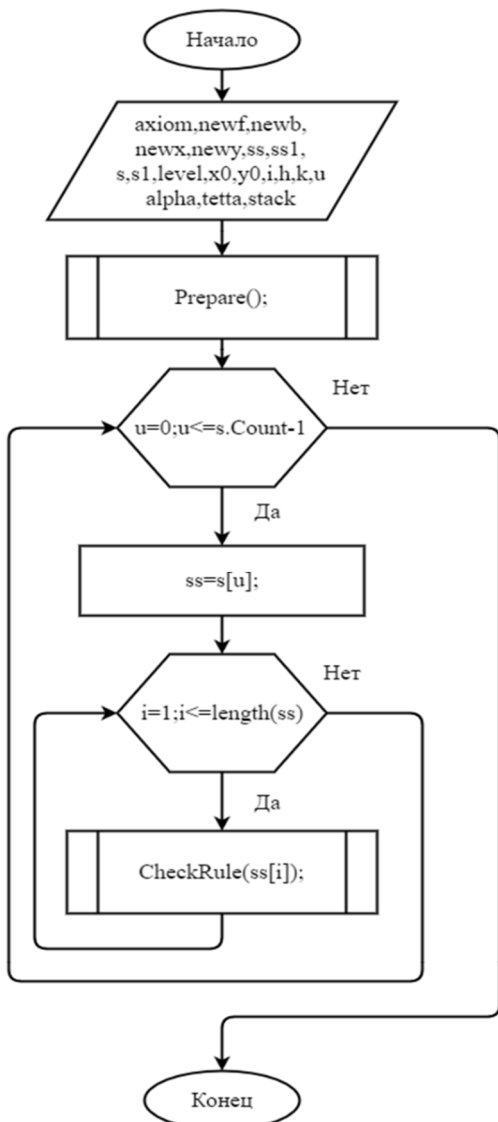
**На третьем этапе:** приведены первые пять итераций фрактала «Мозаика». Аксиомой в данном случае является горизонтальный отрезок (нулевая итерация), и три порождающих правила newf, newx, newy, применение которых дает первую итерацию. Три порождающих правила позволяют черепашке «рисовать» в различных направлениях, что расширяет возможности построения фракталов.

```

procedure Mosaika;
begin
      axiom:='X+FX+Y';
      newf:='FX+XY+F';
      newx:='-FXX+X+YF-F';
      newy:='XYY++XF-Y+FF-XY';
      alpha:=pi/3;
      tetta:=-Pi/3;

```

**end;**



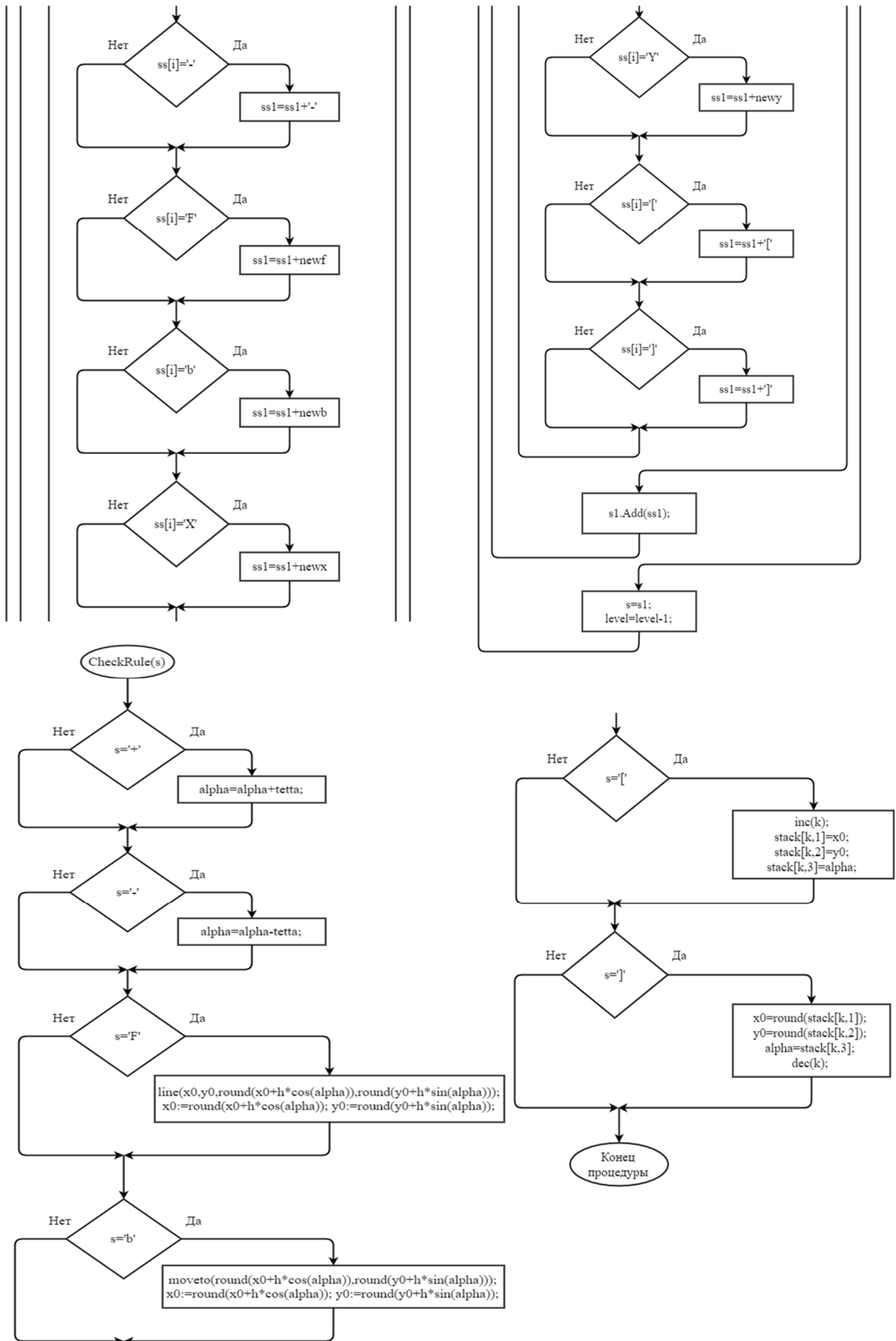


Рис. 2 Блок-схемы построения фракталов с помощью L-систем

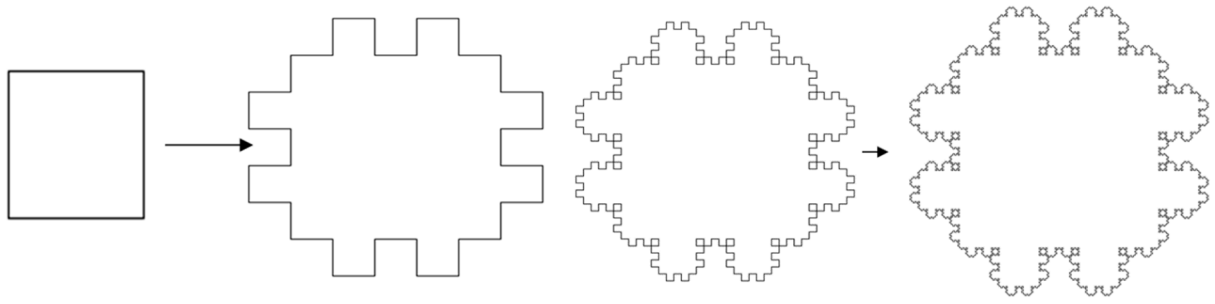


Рис. 3 Три итерации фрактала Снежинка

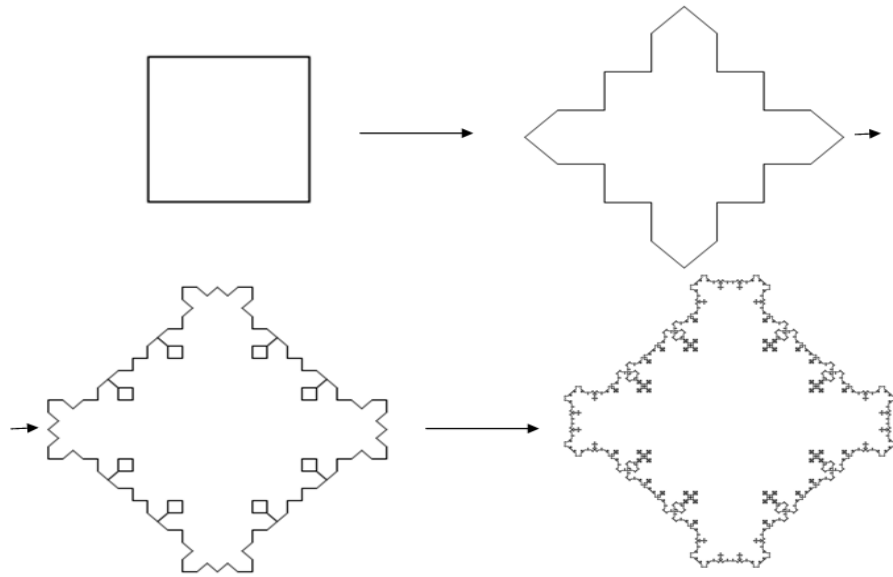


Рис. 4 Три итерации фрактала Кружева

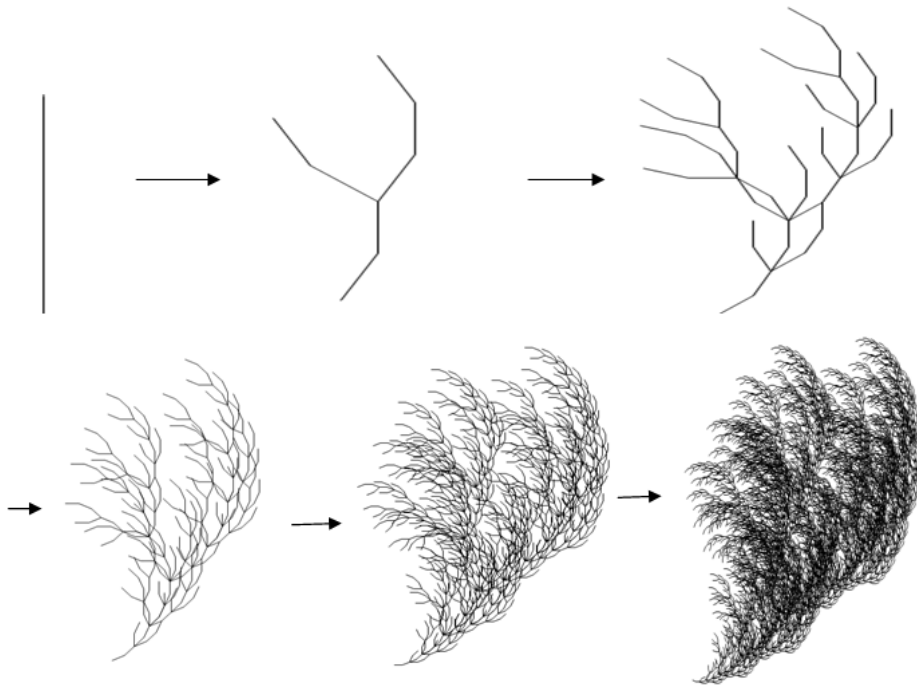


Рис. 5 Пять итераций фрактала Куст

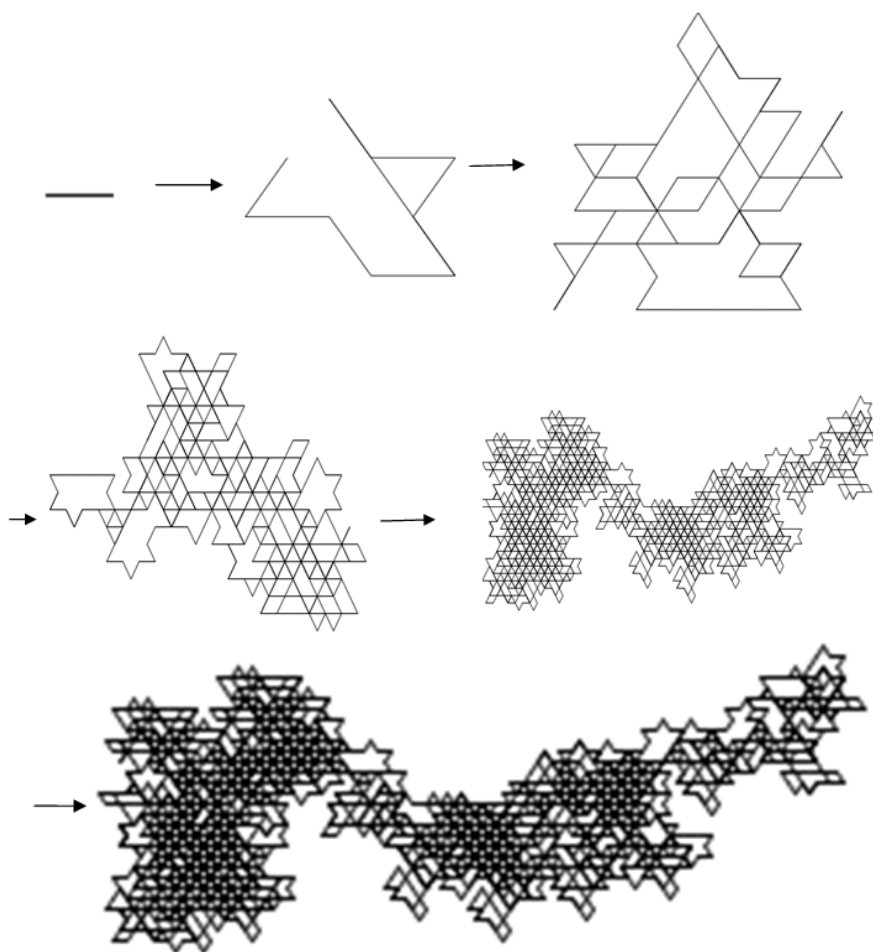


Рис. 6. Пять итераций фрактала Мозаика

В заключение отметим, что при выполнении многоэтапных математико-информационных заданий у студента развиваются важнейшие креативные качества, появляется мотивация к изучению математики и информационных технологий, вырабатывается умение прогнозировать результаты математической и информационной деятельности. Причем при выполнении многоэтапного математико-информационного задания предусмотрена как разработка алгоритмов построения фракталов, так и использование математических методов, что позитивно влияет на развитие гибкости мышления – важнейшего креативного качества личности (подробнее см. [6]). При выполнении многоэтапных математико-информационных заданий студент прослеживает за глубокими интеграционными связями математических методов с информационными и коммуникационными технологиями, что позитивно влияет на развитие его креативности.

### Литература

1. Aristid Lindenmayer, «Mathematical models for cellular interaction in development» *J. Theoret. Biology*, 18:280—315, 1968.
2. Ивков В. А. К вопросу об обучении математике / Наука, техника и образование, Научно-методический журнал, №9(15), 2015. – С.73-75.
3. Клякля М. Формирование творческой математической деятельности учащихся в классах с углубленным изучением математики в школах Польши: Диссер. д-ра пед. наук, – М., 2003.
4. Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах / Р. М. Кроновер ; пер. с англ. под ред. Т. Э. Крэнкеля. – М. : Постмаркет, 2000.
5. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М. –Ижевск: Институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010.
6. Секованов В. С. Методическая система формирования креативности студента университета в процессе обучения фрактальной геометрии. – Кострома: КГУ им. Н. А. Некрасова, 2006.
7. Секованов В. С. "Элементы теории фрактальных множеств" Изд. 5-е, перераб. и доп. –М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013.
8. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы (миниатюры из бесконечного рая) / М. Шредер. – Москва ; Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотичная динамика», 2001.

## References

1. Aristid Lindenmayer, «Mathematical models for cellular interaction in development» *J. Theoret. Biology*, 18:280—315, 1968.
2. Ivkov V. A. K voprosu ob obuchenii matematike / Nauka, tekhnika i obrazovanie, Nauchno-metodicheskiy zhurnal, №9(15), 2015. – S.73-75.
3. Klyaklya M. Formirovanie tvorcheskoy matematicheskoy deyatel'nosti uchashchikhsya v klassakh s uglublennym izucheniem matematiki v shkolakh Pol'shi: Dissert. d-ra ped. nauk, – M., 2003.
4. Kronover R. M. Fraktaly i khaos v dinamicheskikh sistemakh / R. M. Kronover; per. s angl. pod red. T. E. Krenkelya. – M.: Postmarket, 2000.
5. Mandel'brot B. Fraktal'naya geometriya prirody. – M. –Izhevsk: Institut komp'yuternykh issledovaniy, NITs «Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika», 2010.
6. Sekovanov V. S. Metodicheskaya sistema formirovaniya kreativnosti studenta universiteta v protsesse obucheniya fraktal'noy geometrii. – Kostroma: KGU im. N. A. Nekrasova, 2006.
7. Sekovanov V. S. "Elementy teorii fraktal'nykh mnozhestv" Izd. 5-e, pererab. i dop. –M.: Knizhnyy dom «LIBROKOM», 2013.
8. Shreder M. Fraktaly, khaos, stepennyye zakony (miniatyury iz beskonechnogo raya) / M. Shreder. – Moskva; Izhevsk : NITs «Regulyarnaya i khaotichnaya dinamika», 2001.

Поступила: 15.10.2016

### Об авторах:

**Секованов Валерий Сергеевич**, заведующий кафедрой прикладной математики и информационных технологий Костромского государственного университета, д-р пед. наук, канд. физ.-мат. наук, профессор, [sekovanovvs@yandex.ru](mailto:sekovanovvs@yandex.ru);

**Ивков Владимир Анатольевич**, доцент кафедры прикладной математики и информационных технологий Костромского государственного университета, к.э.н., [ivkov\\_wa@mail.ru](mailto:ivkov_wa@mail.ru);

**Пигузов Алексей Александрович**, доцент кафедры прикладной математики и информационных технологий Костромского государственного университета, к.п.н, [piguzov@ksu.edu.ru](mailto:piguzov@ksu.edu.ru);

**Фатеев Александр Сергеевич**, магистр направления «Прикладная математика и информатика» Костромского государственного университета, [hlg2009@yandex.ru](mailto:hlg2009@yandex.ru).