

Егорчев М.В., Тюменцев Ю.В.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия

АДАПТИВНОЕ НЕЙРОСЕТЕВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ*

АННОТАЦИЯ

В статье обсуждается проблема математического и компьютерного моделирования нелинейных динамических систем при недостаточности знаний об объекте моделирования и условиях его функционирования. Предлагаемый подход к решению этой проблемы основан на объединении возможностей теоретического и нейросетевого моделирования. Его работоспособность демонстрируется на примере моделирования продольного углового движения маневренного самолета.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Нелинейная динамическая система; эмпирическая модель; полуэмпирическая модель; нейросетевое моделирование; обучающий набор; самолет; продольное угловое движение.

Mikhail Egorchev, Yuriy Tiumentsev

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

ADAPTIVE NEURAL NETWORK BASED SIMULATION OF DYNAMICAL SYSTEMS

ABSTRACT

A simulation approach is discussed for maneuverable aircraft longitudinal motion as nonlinear controlled dynamical system under multiple and diverse uncertainties including knowledge imperfection concerning simulated plant and its environment exposure. The suggested approach is based on a merging of theoretical knowledge for the plant with training tools of artificial neural network field.

KEYWORDS

Nonlinear dynamical system; empirical model; semi-empirical model; neural network based modeling; training dataset; aircraft; short-period longitudinal motion.

Введение

Традиционными классами математических моделей для технических систем являются обыкновенные дифференциальные уравнения (для систем с сосредоточенными параметрами) и дифференциальные уравнения в частных производных (для систем с распределенными параметрами). Применительно к управляемым динамическим системам (ДС) в качестве аппарата моделирования наибольшее распространение получили обыкновенные дифференциальные уравнения. Эти модели, в сочетании с соответствующими численными методами, широко используются, например, при решении задач синтеза и анализа управляемого движения летательных аппаратов (ЛА) различных классов. Аналогичные средства используются также и для моделирования движения динамических систем других видов, включая надводные и подводные аппараты, наземные движущиеся средства и т.п.

Методы формирования и использования моделей традиционного типа к настоящему времени достаточно детально разработаны и с успехом используются для решения широкого круга задач. Однако применительно к современным и перспективным сложным техническим системам

* Труды XI Международной научно-практической конференции «Современные информационные технологии и ИТ-образование» (SITITO'2016), Москва, Россия, 25-26 ноября, 2016

возникает ряд проблем, решение которых не может быть обеспечено традиционными методами. Эти проблемы вызваны наличием разнообразных и многочисленных неопределенностей в свойствах соответствующей системы и в условиях ее функционирования, которые можно парировать, только если рассматриваемая система обладает свойством адаптивности, то есть имеются средства оперативной подстройки алгоритма управления системы и ее модели к меняющейся текущей ситуации. Кроме того, требования к точности моделей, предъявляемые исходя из специфики решаемой прикладной задачи, в ряде случаев превышают возможности традиционных методов.

Как показывает имеющийся опыт, аппаратом моделирования, наиболее адекватным указанной ситуации, являются методы и средства, основанные на концепции искусственной нейронной сети (НС). Такой подход можно рассматривать как альтернативу традиционным методам моделирования ДС (дифференциальные уравнения), обеспечивающую, в том числе, возможность получения адаптивных моделей. При этом нейросетевые модели ДС в их традиционном исполнении, в частности модели классов NARX и NARMAX, наиболее часто используемые для моделирования управляемых динамических систем, являются чисто эмпирическими (модели типа «черный ящик»), т.е. основываются исключительно на экспериментальных данных о поведении объекта. Однако в задачах того уровня сложности, который типичен для авиационной и ракетно-космической техники, очень часто для такого рода эмпирических моделей не удается добиться требуемого уровня точности, обеспечивающего, например, решение задач управления движением ЛА. Кроме того, в силу особенностей структурной организации таких моделей, они не позволяют решать задачу идентификации характеристик ДС (например, аэродинамических характеристик ЛА), что является серьезным недостатком данного класса моделей.

Одной из важнейших причин невысокой эффективности НС-моделей традиционного типа в задачах, связанных со сложными техническими системами, является то, что формируется чисто эмпирическая модель («черный ящик»), которая должна охватывать все нюансы поведения ДС. Для этого приходится строить НС-модель достаточно высокой размерности (т.е. с большим числом настраиваемых параметров в ней). В то же время из опыта НС-моделирования известно, что чем больше размерность НС-модели, тем больший объем обучающих данных требуется для ее настройки. В итоге, при тех объемах экспериментальных данных, которые реально можно получить для сложных технических систем, не удается осуществить обучение таких моделей, обеспечивающее заданный уровень их точности.

Чтобы преодолеть такого рода затруднения, характерные для традиционных моделей обоих видов, т.е. как в виде дифференциальных уравнений, так и в виде НС-моделей, предлагается использовать комбинированный подход. Основу его составляет НС-моделирование, в силу того, что только в этом варианте удается получить адаптивные модели. Теоретическое знание об объекте моделирования, существующее в виде обыкновенных дифференциальных уравнений (это, например, традиционные модели движения ЛА), вносится специальным образом в НС-модель комбинированного типа (полуэмпирическую НС-модель, модель типа «серый ящик»). При этом часть НС-модели формируется на основе имеющегося теоретического знания и не требует дальнейшей настройки (обучения). Настройке и/или структурной корректировке в процессе обучения формируемой НС-модели подлежат только те элементы, которые содержат неопределенности, например, аэродинамические характеристики ЛА.

Результатом такого подхода являются полуэмпирические НС-модели, позволяющие решать задачи, недоступные традиционным НС-методам: резко уменьшить размерность НС-модели, что позволяет добиться от нее требуемой точности, используя обучающие наборы, недостаточные по объему для традиционных НС-моделей; обеспечить возможность идентификации характеристик ДС, описываемых нелинейными функциями многих переменных (например, коэффициентов аэродинамических сил и моментов).

Чтобы оценить, что дает усложнение НС-модели при переходе от чисто эмпирического к полуэмпирическому ее варианту, в последующих разделах проводится сопоставление этих моделей по их точности, полученное путем компьютерных экспериментов применительно к одной из задач динамики полета, связанной с моделированием продольного углового движения маневренного самолета. Показано, что имеет место многократный рост точности полуэмпирических НС-моделей в сравнении с эмпирическими НС-моделями, кроме того, появляется возможность решения с высокой точностью задачи идентификации аэродинамических характеристик летательного аппарата.

Эмпирические и полуэмпирические нейросетевые модели динамических систем

Традиционный подход к НС-моделированию динамических систем является чисто эмпирическим, т.е. получаемая модель основана исключительно на экспериментальных данных и

совсем не использует теоретические знания, доступные для рассматриваемого объекта моделирования. Наиболее часто используемый вариант таких моделей – это нелинейная авторегрессия с внешними входами (NARX – Nonlinear AutoRegressive network with eXogeneous inputs), реализуемая в виде рекуррентной слоистой нейронной сети с элементами задержки (TDL – Time Delay Line) на входах сети [1].

NARX-модель реализует динамическое отображение, описываемое разностным уравнением следующего вида:

$$\hat{y}(t) = f(\hat{y}(t-1), \hat{y}(t-2), \dots, \hat{y}(t-N_y), u(t-1), u(t-2), \dots, u(t-N_u)), \quad (1)$$

где значение выходного сигнала $\hat{y}(t)$ для данного момента времени t вычисляется на основе значений $\hat{y}(t-1)$, $\hat{y}(t-2)$, ..., $\hat{y}(t-N_y)$ этого сигнала для последовательности предшествующих моментов времени, а также значений входного (управляющего) сигнала $u(t-1)$, $u(t-2)$, ..., $u(t-N_u)$, внешнего по отношению к NARX-модели.

Удобным способом реализации NARX-модели является использование многослойной сети прямого распространения персептронного типа для приближенного представления отображения $f(\dots)$ в соотношении (1), а также линий задержки (TDL-элементов) для получения значений величин $\hat{y}(t-1)$, $\hat{y}(t-2)$, ..., $\hat{y}(t-N_y)$ и $u(t-1)$, $u(t-2)$, ..., $u(t-N_u)$. Применительно к задаче моделирования продольного углового движения самолета нейросетевая реализация NARX-модели была предложена в [2]. Здесь NARX-модель представляет собой двухслойную сеть, в которой активационные функции скрытого слоя являются нелинейными (сигмоиды), а выходного слоя – линейными.

Точность эмпирических НС-моделей далеко не всегда удовлетворяет предъявляемым требованиям. Один из очевидных путей ее повышения – привлечение теоретических знаний об объекте моделирования, в частности, в форме модели его движения, имеющей вид системы обыкновенных дифференциальных уравнений, что очень часто имеет место при решении разнообразных прикладных задач. Для такой модели можно сформировать ее НС-представление на основе подхода, предложенного в [3]. В реальных задачах, однако, типична ситуация, когда теоретическая модель определена с точностью до одного или нескольких факторов неопределенности. Примеры таких факторов – зависимости аэродинамических сил и моментов, действующих на ЛА, которые, в лучшем случае, известны с недостаточной точностью. В силу этого, непосредственно воспользоваться НС-моделью, полученной на основе теоретической модели объекта, не удастся, вначале требуется каким-либо образом устранить указанные факторы неопределенности. Для реализации этого требования и был предложен в [4–6] полуэмпирический подход к формированию НС-моделей, приводящий к получению динамической нейронной сети с модульной архитектурой.

Формирование полуэмпирических НС-моделей состоит из следующих этапов [4]:

1. Формирование теоретической модели для исследуемой динамической системы, сбор доступных экспериментальных данных о поведении этой системы;
2. Оценка точности теоретической модели на доступных данных, в случае недостаточной ее точности выдвижение гипотез о причинах и возможных путях их устранения;
3. Преобразование исходной системы с непрерывным временем в систему с дискретным временем;
4. Формирование нейросетевого представления для полученной системы с дискретным временем;
5. Обучение нейросетевой модели;
6. Оценка точности обученной нейросетевой модели;
7. Структурная корректировка нейросетевой модели в случае ее недостаточной точности.

Перечисленные этапы на примере модельной задачи подробно рассмотрены в [4].

При решении проблем рассматриваемого вида одним из важнейших этапов является формирование репрезентативного (информативного) набора данных, характеризующего поведение моделируемой ДС на всей области изменения значений величин, описывающих ДС и производных (скоростей изменения) этих величин. Данная задача критически важна для получения достоверной модели ДС, однако простого решения она не имеет. Требуемые обучающие данные для формируемой НС-модели могут быть получены за счет специальным образом организованных тестовых возбуждающих воздействий на моделируемую ДС.

В работе [7] было показано, что применительно к рассматриваемому классу задач наиболее эффективным является использование полигармонического возбуждающего сигнала. При таком

подходе входное воздействие для каждого из m органов управления ЛА формируется как сумма гармонических сигналов, каждый из которых обладает своим собственным сдвигом по фазе φ_k .

Входной сигнал u_j , отвечающий j -му органу управления, имеет вид:

$$u_j(t) = \sum_{k \in I_j} A_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T} + \varphi_k\right), \quad j=1, \dots, m, \quad I_j \subset K, \quad K = \{1, 2, \dots, M\}, \quad (2)$$

$$u_j^*(t) = \tilde{u}_j(t) + u_j(t),$$

где M – общее число гармонически связанных частот; T – промежуток времени, в течение которого на ДС действует тестовый возбуждающий сигнал; A_k – амплитуда k -й синусоидальной компоненты; $u_j^*(t)$ – полное управляющее воздействие для j -го органа управления; $\tilde{u}_j(t)$ – управляющее воздействие для j -го органа управления, реализующее тестовый маневр.

Эмпирическая и полуэмпирическая нейросетевая модели продольного короткопериодического движения самолета

Для оценки работоспособности предлагаемого подхода рассмотрим формирование полуэмпирической НС-модели продольного углового движения ЛА. Традиционная для динамики полета самолетов математическая модель данной системы имеет следующий вид [8]:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \omega_z - \frac{qS}{mV} C_{y_a}(\alpha, \omega_z, \varphi) + \frac{g}{V} \\ \dot{\omega}_z = \frac{qSb_A}{J_{zz}} m_z(\alpha, \omega_z, \varphi) \\ T^2 \ddot{\varphi} = -2T\zeta \dot{\varphi} - \varphi + \varphi_{act} \end{cases} \quad (3)$$

где α – угол атаки, град; ω_z – угловая скорость тангажа, град/с; φ – угол отклонения управляемого стабилизатора, град; C_{y_a} – коэффициент подъемной силы; m_z – коэффициент момента тангажа; m – масса самолета, кг; V – воздушная скорость, м/с; $q = \rho V^2 / 2$ – скоростной напор; ρ – плотность воздуха, кг/м³; g – ускорение силы тяжести, м/с²; S – площадь крыла, м²; b_A – средняя аэродинамическая хорда крыла, м; J_{zz} – момент инерции самолета относительно боковой оси, кг·м²; безразмерные коэффициенты C_{y_a} и m_z являются нелинейными функциями своих аргументов; T, ζ – постоянная времени и коэффициент относительного демпфирования привода, φ_{act} – командный сигнал на привод. В модели (3) величины $\alpha, \omega_z, \varphi$ и $\dot{\varphi}$ – это состояния объекта управления, величина φ_{act} – управление.

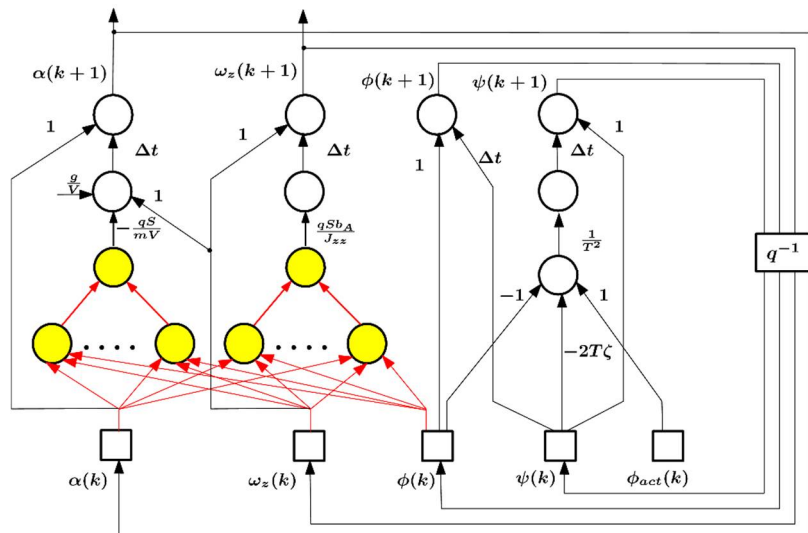


Рис. 1. Полуэмпирическая НС-модель продольного углового движения самолета (на основе схемы дискретизации Эйлера); затененные элементы схемы с соответствующими связями входят в НС-модули, реализующие восстанавливаемые зависимости для C_y и m_z , незатененные элементы и связи между ними реализуют остальные зависимости из (3)

Формируемая полуэмпирическая модель включает два настраиваемых НС-модуля, описывающих нелинейные зависимости коэффициентов подъемной силы C_{y_a} и момента тангажа m_z от угла атаки α , угловой скорости тангажа ω_z и угла отклонения управляемого стабилизатора φ . Эти зависимости подлежат восстановлению на основе имеющихся экспериментальных данных для наблюдаемых переменных состояния динамической системы. Фрагменты НС-модели, соответствующие данным зависимостям, выделены цветом на рис. 1. Настраиваемыми параметрами модели будут только веса связей этих фрагментов, для остальных ее элементов соответствующие веса переходят в НС-модель из исходной теоретической модели и фиксируются.

Применительно к (3) процедура формирования полуэмпирической НС-модели приводит к получению структуры, показанной на рис. 1 (она основана на использовании схемы дискретизации Эйлера, аналогично можно получить структуру для схемы Адамса).

Сравнительный анализ эмпирической и полуэмпирической моделей

В качестве примера конкретного объекта моделирования рассмотрим маневренный самолет, исходные данные для которого были взяты из [9]. Вычислительный эксперимент с моделью (3) проводился для временного интервала $t \in [0, 20]$ с, с шагом дискретизации $\Delta t = 0.02$ с для частично наблюдаемого вектора состояния $y(t) = [\alpha(t); \omega_z(t)]^T$, с аддитивным белым шумом со среднеквадратическим отклонением (СКО) $\sigma_\alpha = 0.057$ град, $\sigma_{\omega_z} = 0.0057$ град/с, воздействующим на выход системы $y(t)$.

Как отмечалось выше, наилучшим с точки зрения репрезентативности является обучающий набор, полученный с использованием полигармонического возмущающего воздействия. Вычислительный эксперимент с использованием такого воздействия выполнялся для двух тестовых маневров: прямолинейный горизонтальный полет с постоянной скоростью («точечный режим», для которого угол атаки равняется его балансировочному значению для этого испытательного режима) и полет с монотонно увеличивающимся углом атаки («монотонный режим», от стартового балансировочного значения угла атаки до некоторого его завершающего значения). С учетом этих соображений было получено значение управляющего воздействия $\varphi_{act}(t)$ – командного сигнала привода цельноповоротного горизонтального оперения и, используя исходную модель (3) в качестве имитатора летного эксперимента, реакции самолета $y(t) = [\alpha(t); \omega_z(t)]^T$ на это воздействие. С привлечением этих данных для принятого временного интервала и шага дискретизации по времени Δt была получена обучающая выборка $\{y_i\}$, $i = 1, \dots, N$, которая использовалась при формировании как эмпирической, так и полуэмпирической модели. Обучение на этой выборке проводилось в системе Matlab для сетей в форме LDDN (Layered Digital Dynamic Networks) с использованием алгоритма Левенберга-Марквардта по критерию среднеквадратической ошибки модели. Матрица Якоби вычисляется по алгоритму RTRL (Real-Time Recurrent Learning) [8].

Таблица 1. Ошибка моделирования на тестовом множестве для эмпирической (NARX) и полуэмпирической НС-модели

	Точечный режим		Монотонный режим	
	$СКО_\alpha$	$СКО_{\omega_z}$	$СКО_\alpha$	$СКО_{\omega_z}$
Полуэмпирическая	0.0029	0.0076	0.0491	0.1169
NARX	1.3293	2.7445	1.5566	2.8882

Формируемая полуэмпирическая модель включает два НС-модуля, реализующих две искомые («восстанавливаемые») зависимости: коэффициент подъемной силы $C_{y_a}(\alpha, \omega_z, \varphi)$ и коэффициент момента тангажа $m_z(\alpha, \omega_z, \varphi)$. Эти зависимости реализуются с использованием слоистой сети прямого распространения с одним скрытым слоем и сигмоидальными

активационными функциями. Число нейронов в скрытом слое, подобранное экспериментально, равняется 1 для C_{y_a} и 5 для m_z .

Определяющими для сформированной модели являются ее обобщающие свойства, под которыми традиционно для НС-модели понимается ее способность обеспечивать требуемый уровень точности не только для данных, на которых модель обучалась, но и для любых значений и сочетаний значений состояний и управлений в пределах области их определения. Такого рода проверка осуществляется на тестовых данных, покрывающих упомянутую область определения и не совпадающих с обучающими данными.

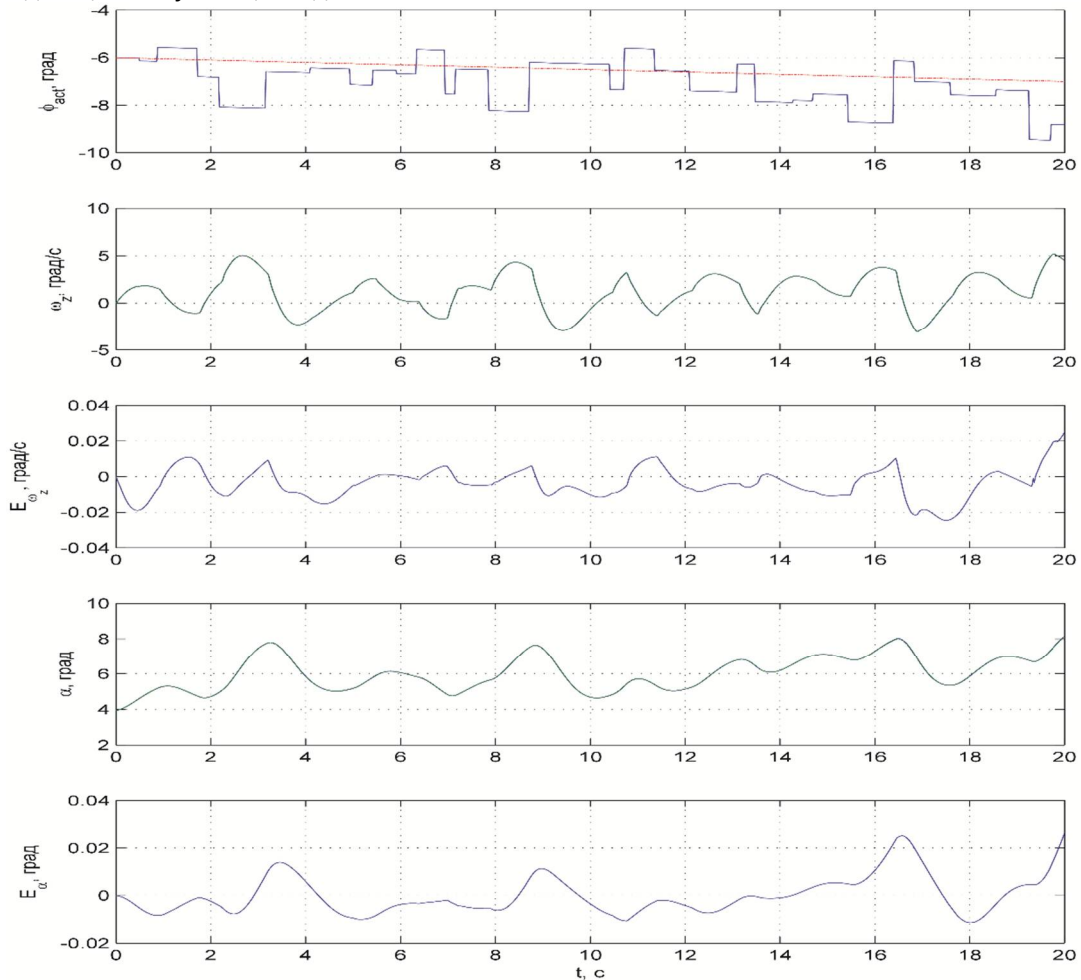


Рис. 2. Оценка точности восстановления зависимостей $C_{y_a}(\alpha, \omega_z, \varphi)$ и $m_z(\alpha, \omega_z, \varphi)$ по результатам тестирования полуэмпирической модели, включающей НС-модули для этих зависимостей (монотонный режим). Здесь: φ_{act} – командный сигнал привода цельноповоротного горизонтального оперения; α – угол атаки; ω_z – угловая скорость тангажа; E_α , E_{ω_z} – ошибки по углу атаки и угловой скорости тангажа

Успешно решенная задача идентификации и моделирования должна обеспечить получение требуемой точности моделирования на всей области определения модели путем восстановления с заданной точностью аэродинамических характеристик ЛА как соответствующих нелинейных функциональных зависимостей. Насколько хорошо решается эта задача, можно судить по результатам, представленным на рис. 2, а также в табл. 1. Из приводимых данных видно, во-первых, что ошибки по всем наблюдаемым переменным состояния незначительны и, во-вторых, что максимальные значения этих ошибок с течением времени практически не растут, что свидетельствует о хороших обобщающих свойствах полученной НС-модели. При этом следует подчеркнуть, что тестирование модели осуществлялось в весьма жестком режиме. Из рис. 1 видно, что реализуется очень активная работа управляемым стабилизатором, выражающаяся в частом изменении значения командного сигнала φ_{act} привода данного органа управления при существенных перепадах между соседними значениями (эти командные сигналы формировались

случайным образом). Цель применения такого способа формирования тестового набора состоит в том, чтобы обеспечить возможно большее разнообразие состояний моделируемой системы (чтобы покрыть по возможности равномерно и плотно все пространство состояний системы), а также возможно большее разнообразие перепадов соседних по времени состояний (чтобы максимально достоверно отразить в НС-модели динамику моделируемой системы). Дополнительный осложняющий фактор состоит в том, что очередное возмущающее воздействие на ЛА выдается на фоне еще не завершившихся переходных процессов от одного или нескольких предыдущих воздействий.

Что касается эмпирической НС-модели (NARX), то, как это видно из табл. 1, она многократно проигрывает по точности полуэмпирической модели; тестирование обеих моделей осуществлялось на одних и тех же данных.

Заключение

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что методы полуэмпирического нейросетевого моделирования, сочетающие знания и опыт из соответствующей предметной области с методами обучения нейронных сетей, являются мощным и перспективным инструментом, потенциально пригодным для решения сложных задач моделирования и идентификации для летательных аппаратов, а также для других видов нелинейных управляемых динамических систем. Эти методы позволяют получить многократное повышение точности моделирования по сравнению с чисто эмпирическими моделями.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ по проекту № 865.

Литература

1. Хайкин С. Нейронные сети: Полный курс: Пер. с англ. – М.: Вильямс, 2006. – 1104 с.
2. Кондратьев А.И., Тюменцев Ю.В. Нейросетевое моделирование управляемого движения летательных аппаратов // Вестник Московского авиационного института. – 2010, том 17, № 4. – С. 5–11.
3. Dreyfus G. Neural networks: Methodology and applications. – Berlin ao.: Springer, 2005. – 515 pp.
4. Егорчев М.В., Козлов Д.С., Тюменцев Ю.В., Чернышев А.В. Нейросетевые полуэмпирические модели управляемых динамических систем // Вестник информационных и компьютерных технологий. – 2013, № 9. – С. 3–10.
5. Егорчев М.В., Козлов Д.С., Тюменцев Ю.В. Моделирование продольного углового движения самолета: сопоставление теоретического, эмпирического и полуэмпирического подходов // Научный вестник МГТУ ГА. – 2015, № 1 (2011). – С.116–123.
6. Егорчев М.В., Тюменцев Ю.В. Обучение полуэмпирической нейросетевой модели управляемого движения самолета // Сб. науч. трудов XVI Всероссийской науч.-техн. конф. «Нейроинформатика-2014», ч. 2. – М.: Изд-во МИФИ, 2014. – С.263–272.
7. Klein V., Morelli E.A. Aircraft system identification: Theory and practice. – Reston, VA: AIAA, 2006. – 498 pp.
8. Аэростроение самолета: Динамика полета – 2-е изд., перераб. и доп. / А.Ф. Бочкарев и др. – М.: Машиностроение, 1985. – 360 с.
9. Nguyen L.T., Ogburn M.E., Gilbert W.P., Kibler K.S., Brown P.W., Deal P.L. Simulator study of stall/post-stall characteristics of a fighter airplane with relaxed longitudinal static stability. – NASA TP-1538, Dec. 1979. – 223 pp.

References

1. Khaykin S. Neyronnye seti: Polnyy kurs: Per. s angl. – M.: Vil'yams, 2006. – 1104 s.
2. Kondrat'ev A.I., Tyumentsev Yu.V. Neyrosetevoye modelirovanie upravlyаемogo dvizheniya letatel'nykh apparatov // Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta. – 2010, tom 17, № 4. – S. 5–11.
3. Dreyfus G. Neural networks: Methodology and applications. – Berlin ao.: Springer, 2005. – 515 pp.
4. Egorchev M.V., Kozlov D.S., Tyumentsev Yu.V., Chernyshev A.V. Neyrosetevye poluempiricheskie modeli upravlyaemykh dinamicheskikh sistem // Vestnik informatsionnykh i komp'yuternykh tekhnologiy. – 2013, № 9. – S. 3–10.
5. Egorchev M.V., Kozlov D.S., Tyumentsev Yu.V. Modelirovanie prodol'nogo uglovogo dvizheniya samoleta: sopostavlenie teoreticheskogo, empiricheskogo i poluempiricheskogo podkhodov // Nauchnyy vestnik MGTU GA. – 2015, № 1 (2011). – S.116–123.
6. Egorchev M.V., Tyumentsev Yu.V. Obuchenie poluempiricheskoy neyrosetevoy modeli upravlyаемogo dvizheniya samoleta // Sb. nauch. trudov XVI Vserossiyskoy nauch.-tekhn. konf. «Neyroinformatika-2014», ch. 2. – M.: Izd-vo MIFI, 2014. – S.263–272.
7. Klein V., Morelli E.A. Aircraft system identification: Theory and practice. – Reston, VA: AIAA, 2006. – 498 pp.
8. Aeromekhanika samoleta: Dinamika poleta – 2-e izd., pererab. i dop. / A.F. Bochkarev i dr. – M.: Mashinostroenie, 1985. – 360 s.
9. Nguyen L.T., Ogburn M.E., Gilbert W.P., Kibler K.S., Brown P.W., Deal P.L. Simulator study of stall/post-stall characteristics of a fighter airplane with relaxed longitudinal static stability. – NASA TP-1538, Dec. 1979. – 223 pp.

Поступила 21.10.2016

Об авторах:

Егорчев Михаил Вячеславович, аспирант кафедры «Вычислительная математика и программирование», Московского авиационного института (национального исследовательского университета), E-mail: mihail.egorchev@gmail.com;

Тюменцев Юрий Владимирович, ведущий научный сотрудник кафедры «Динамика и управление летательных аппаратов» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), кандидат технических наук, E-mail: yutium@gmail.com.