

# Напряжения в образцах-свидетелях после поверхностного наклепа

В.В. Стружанов  
stru@imach.uran.ru

Институт машиностроения УрО РАН (Екатеринбург)

## Аннотация

Приводится методика, позволяющая по остаточному прогибу плоского образца свидетеля после дробеструйной обработки одной из его поверхностей определить распределение остаточных напряжений и тем самым оценить качество обработки плоскостей элементов конструкций, к которым был прикреплен образец-свидетель.

**Ключевые слова:** образец-свидетель, остаточный прогиб, остаточные напряжения, наклеп.

## 1 Введение

Основная проблема при диагностике и контроле качества изделий машиностроения заключается в том, что непосредственному измерению поддается только ограниченный набор физических величин. Неизмеряемые параметры оказывают лишь опосредованное влияние на измеряемые величины. Таким образом, возникают задачи определения неизмеряемых величин по результатам их проявлений, которые можно зафиксировать в эксперименте [1]. Задачи нахождения качественных характеристик явления по результатам их косвенных проявлений представляют, так называемые, обратные задачи, которые часто возникают в технике. Например, в механике деформируемого твердого тела это задачи идентификации свойств материалов, решение обратных коэффициентных задач, идентификация предварительного напряженного состояния [2, 3, 4, 5, 6, 7]. Отметим, что разработаны многие методы общей теории обратных некорректных задач [8, 9, 10].

Особым классом обратных задач является определение или оценка остаточных напряжений, которые возникают при различных технологических операциях изготовления изделия машиностроения и существенно влияют на их эксплуатационные характеристики такие, как прочность и долговечность. Причина возникновения остаточных напряжений заключается в том, что после технологической обработки в изделии остаются, так называемые, первоначальные деформации. Если мысленно разбить тело на свободные от связей элементарные кубические объемы, то каждый из них будет некоторым образом деформирован. Когда эти деформации несовместны, то элементарные объемы при наложении связей не смогут составить сплошное тело. Чтобы сохранить сплошность, к ним необходимо приложить соответствующие усилия (остаточные напряжения) [11, 12, 13]. Остаточные напряжения преобразуют несовместные деформации в совместные и сплошность сохраняется. Поэтому совместные деформации только и доступны для стороннего наблюдения. Однако они являются лишь некоторым отображением действия остаточных напряжений. Деформации, связанные с остаточными напряжениями законом Гука, не могут быть измерены непосредственно. Таким образом, возникает обратная задача заключающаяся в том, что по измерению геометрии

---

*Copyright © by the paper's authors. Copying permitted for private and academic purposes.*

In: G.A. Timofeeva, A.V. Martynenko (eds.): Proceedings of 3rd Russian Conference "Mathematical Modeling and Information Technologies" (ММИТ 2016), Yekaterinburg, Russia, 16-Nov-2016, published at <http://ceur-ws.org>

тела, связанным с совместными деформации, рассчитать остаточные напряжения. Эта задача актуальна в том смысле, что остаточные напряжения существенно влияют на прочность и долговечность изделий машиностроения.

Одним из способов наведения остаточных напряжений является дробеструйная обработка поверхностей. Она заключается в обработке поверхности металла при помощи разгоняемой потоком газа дроби. Каждая маленькая частица ударяется о металл, а это приводит к образованию на его поверхности отпечатков или углублений. В результате получается слой холоднодеформированного материала под высоким сжимающим остаточным напряжением [14, 15, 16]. На многолетнем опыте доказано, что дробеструйная обработка помогает предотвратить усталостное повреждение в поверхностных слоях, т.е. увеличивает прочность и долговечность изделия.

В частности дробеструйная обработка широко используется при упрочнении различных изделий в авиационном машиностроении с целью создания в приповерхностных слоях полезных сжимающих остаточных напряжений. Чтобы оценить эффективность технологического процесса упрочнения необходимо каким-либо образом оценить значения величин и распределение остаточных напряжений, которые не поддаются непосредственному измерению. Применение дробеструйной обработки в авиационной промышленности базируется, в основном, на экспериментальных исследованиях. Одним из распространенных методов является использование образцов-свидетелей, скрепляемых с обрабатываемой поверхностью. После технологической обработки изделия их снимают и измеряют геометрические параметры, изменения которых происходит под воздействием остаточных напряжений. Затем на основании эмпирических данных судят об эффективности процесса упрочнения. Однако уровень остаточных напряжений так и остается неизвестным. В данной работе излагается методика, которая позволяет по остаточному прогибу образца-свидетеля найти наведенные поверхностным наклепом напряжения.

## 2 Постановка задачи

Возьмем достаточно тонкую пластину с прямоугольным поперечным сечением. Высота пластины  $2h$ , ширина  $b$ , длина  $l$ . После наклепа в слоях, прилегающих к обработанной поверхности, образуются остаточные пластические деформации  $e^p(y)$ , распределение которых постоянно вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$  и  $Oz$ . Оси координат и предполагаемое распределение деформации  $e^p(y)$  показаны на рис.1.

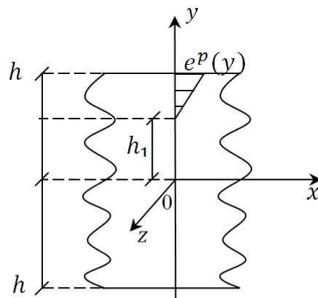


Рис. 1: Область остаточных пластических деформаций

После наклепа пластина приобретает прогиб  $f$  (рис.2). Радиус кривизны пластины равен  $\rho = \frac{1}{2\alpha} (2\alpha - \text{центральный угол, измеряемый в радианах})$ , а прогиб  $f = \frac{1}{2\alpha} (1 - \cos\alpha)$ . Разлагая  $\cos\alpha$  в ряд Тейлора и беря первые два члена, находим, что  $f = \frac{l\alpha}{4}$ . Отсюда  $\alpha = \frac{4f}{l}$  и радиус кривизны  $\rho = \frac{l^2}{8f}$ . Тогда остаточная кривизна  $\kappa'' = \frac{1}{\rho} = \frac{8f}{l^2}$ . Отметим, что в силу малой ширины пластины прогиб в поперечном направлении незначителен и им пренебрегаем.

Итак задача формулируется следующим образом: необходимо по измеренной остаточной кривизне  $\kappa''$  рассчитать распределение остаточных напряжений по толщине пластины (образца-свидетеля).

## 3 Образование остаточных напряжений

Мысленно разделим исходную пластину (образец-свидетель) на множество тончайших пластин, образованных рассечением плоскостями, параллельными координатной плоскости  $zOx$ . Очевидно, что в свободном от связей состоянии длины пластинок, прилегающих к наклепанной поверхности, будут больше, чем у

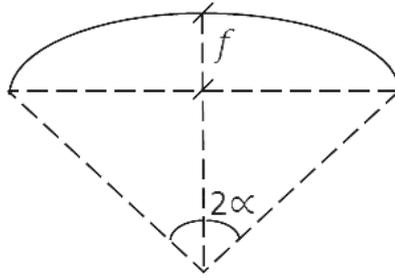


Рис. 2: Прогиб пластины

остальных, из-за наличия в них остаточных пластических деформаций  $e^p$  (рис.3). Так как деформации  $e^p(y)$  не удовлетворяют условиям совместности, то элементы, на которые разделяется исходная пластина, после объединения не смогут образовать непрерывную среду. Чтобы удовлетворить условиям совместности к ним необходимо приложить некоторые усилия, а именно, наклепанные слои поджать, а остальные подрастянуть, т.е. реализовать некоторую деформацию  $\varepsilon''(y)$  таким образом, чтобы деформация уже была совместна. В результате возникают напряжения  $\sigma'' = E\varepsilon'' = E(\varepsilon' - e^p)$ , удовлетворяющие уравнениям равновесия при нулевых граничных условиях, т.е. возникают самоуравновешенные остаточные напряжения. Здесь  $E$  – модуль Юнга. Очевидно, что в наклепанных слоях они будут сжимающими.

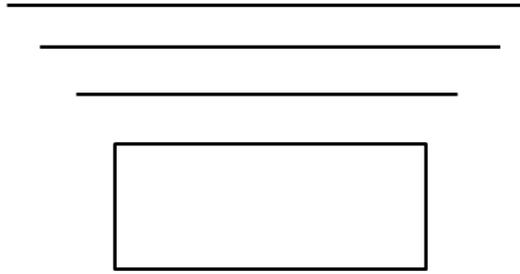


Рис. 3: Деформация свободных от связей тончайших пластин

#### 4 Расчет остаточных напряжений

Прогиб  $\kappa''$  и деформацию  $\varepsilon'$  возможно получить, если приложить к образцу без наклепа фиктивный изгибающий момент  $M^\Phi$  и фиктивное растягивающее усилие  $R^\Phi$  [11], которые определяются псевдонапряжениями  $\sigma^\Phi = Ee^p$ , а именно,

$$M^\Phi = bE \int_{-h}^h e^p(y)y dy = bE \int_{h_1}^h e^p(y)y dy$$

$$R^\Phi = bE \int_{-h}^h e^p(y) dy = bE \int_{h_1}^h e^p(y) dy$$

Отсюда [17]

$$\kappa'' = \frac{M^\Phi}{EI}, \quad \varepsilon' = \frac{M^\Phi}{EI}y + \frac{R^\Phi}{2hbE} \quad (1)$$

Здесь  $I = \frac{2bh^3}{3}$  – момент инерции поперечного сечения пластины относительно оси симметрии. Тогда

$$\sigma'' = E(\varepsilon' - e^p) = \frac{M^\Phi}{I}y + \frac{R^\Phi}{2hb} - Ee^p(y). \quad (2)$$

Непосредственно проверяем, что

$$\int_{-h}^h \sigma'' dy = 0, \quad \int_{-h}^h \sigma'' y dy = 0.$$

Наконец, используя первое равенство в (1), получаем уравнение

$$\frac{3}{2h^3} \int_{-h}^h e^p(y)y dy = \kappa'' \quad (3)$$

с известной правой частью.

Величина  $h_1 = h - c$ , где  $c$  – глубина наклепа, которая может быть экспериментально определена различными методами физического контроля [18, 19]. Далее считаем, что распределение  $e^p(y)$  близко к линейному и аппроксимируем его функцией

$$e^p(y) = \begin{cases} a(y - h_1), & h_1 \leq y \leq h; \\ 0, & y < h_1 \end{cases}$$

Подставляя это выражение в уравнение (3), находим значение

$$a = \frac{4h^3 \kappa''}{2h^3 - 3h_1 h^2 + h_1^3}, \quad \kappa'' = \frac{8f}{e^2}.$$

Теперь, по формуле (2) вычисляем остаточные напряжения

$$\sigma'' = \begin{cases} \frac{1}{4h^3} (2h^3 - 3h_1 h^2 + h_1^3) y + \frac{1}{4h} (h - h_1)^2 - (y - h_1), & h_1 \leq y \leq h; \\ \frac{1}{4h^3} (2h^3 - 3h_1 h^2 + h_1^3) y + \frac{1}{4h} (h - h_1)^2, & y < h_1 \end{cases} \quad (4)$$

Рассмотрим модельный пример. Пусть  $l=100$  мм,  $h=1$  мм,  $h_1=0,8$  мм,  $b=10$  мм,  $f=0,5$  мм,  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа. Тогда  $\kappa'' = \frac{1}{\rho} = 4 \cdot 10^{-4}$  мм<sup>-1</sup>,  $a = 142,9 \cdot 10^{-4}$  мм<sup>-1</sup>. Производя теперь расчеты по формулам (4), получаем распределение остаточных напряжений, изображенное на рис. 4.

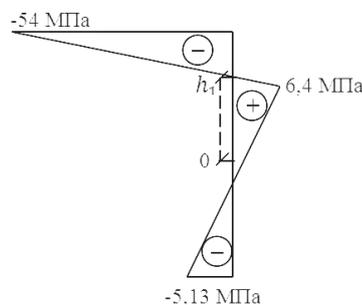


Рис. 4: Примерное распределение остаточных напряжений по толщине образца-свидетеля

Отсюда видно, что дробеструйное поверхностное упрочнение должно благоприятно сказываться на работоспособность и надежность поверхностных слоев, подвергаемых данной обработке, т.к. в них возникают сжимающие остаточные напряжения, достаточной величины.

## Список литературы

- [1] V. Y. Arsenin. *Methods of mathematical physics and special functions* Moscow, Nauka, 1974. (in Russian) = В. Я. Арсенин. *Методы математической физики и специальные функции*. -М.: Наука, 1974. -432с.

- [2] A. O. Vatulyan. *Inverse problems in mechanics of deformable solids*. Moscow, Fizmatlit, 2007.(in Russian) = А. О. Ватульян. *Обратные задачи в механике деформируемого твердого тела*. -М.: Физматлит, 2007. -222с.
- [3] I. V. Bahacheve, A. O. Vatulyan, O. V. Yavruyan. Identification of the properties of inhomogeneous elastic medium. *J. Appl. Math. Mech.*, 76(5):860–866, 2012.(in Russian) = И. В. Багачев, А. О. Ватульян, О. В. Явруян. Идентификация свойств неоднородной упругой среды. *ПММ*, 76(5):860–866, 2012.
- [4] A. O. Vatulyan. To the theory of inverse problems in linear mechanics of deformable solids. *J. Appl. Math. Mech.*, 74(6):911–918, 2010.(in Russian) = А. О. Ватульян. К теории обратных коэффициентных задач в линейной механике деформируемого тела. *ПММ*, 74(6):911–918, 2010.
- [5] A. O. Vatulyan, V. V. Dudarev, I. V. Bahachev. About defining pre-stress state in the pipe. *Doklady RAS*, 456(3):299–301, 2014.(in Russian) = А. О. Ватульян, В. В. Дударев, И. В.Багачев. Об определении предварительного напряженного состояния в трубе. *Доклады РАН*, 456(3):299–301, 2014.
- [6] V. V. Struzhanov. The determination of the deformation diagram of a material with a falling branch on the diagram of torsion cylindrical specimen. *Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 15(1//49):138–144, 2012.(in Russian) = В. В. Стружанов. Определение диаграммы деформирования материала с падающей ветвью по диаграмме кручения цилиндрического образца. *Сибирский журнал индустриальной математики*, 2012. -Т.15 №1(49). -С.138–144.
- [7] V. V. Struzhanov. Recovery of the deformation diagram of the material according to the diagram of the pure bending. *Vestnik of Samara State University. Natural Science Series*, 6(65):322–329, 2008.(in Russian) = В. В. Стружанов. Восстановление диаграммы деформирования материала по диаграмме чистого изгиба. *Вестник СамГУ. Естественно научная серия*, 6(65):322–329, 2008.
- [8] M. M. Lavrent'ev, V. G. Romanov, S. P. Shishatskii. *Ill-posed problems of mathematical physics and analysis*. Moscow, Nauka, 1980.(in Russian) = М. М. Лаврентьев, В. Г. Романов, С. П. Шишатский. *Некорректные задачи математической физики и анализа*. -М.: Наука, 1980. -286с.
- [9] A. N. Tikhonov, V. Y. Arsenin. *Methods of solving ill-posed problems*. Moscow, Nauka, 1986.(in Russian) = А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. *Методы решения некорректных задач*. -М.: Наука, 1986. -288с.
- [10] V. K. Ivanov, V. Vasin, V. P. Tanana. *The theory of linear incorrect problems and its applications*. Moscow, Nauka, 1978.(in Russian) = В. К. Иванов, В. В. Васин, В. П. Танана. *Теория линейных некорректных задач и ее приложения*. -М.: Наука, 1978. -206с.
- [11] S. P. Timoshenko, J. Goodier. *Theory of elasticity*. Moscow, Nauka, 1979.(in Russian) = С. П. Тимошенко, Дж. Гудьер. *Теория упругости*. -М.: Наука, 1979. -560с.
- [12] V. V. Struzhanov, V. I. Mironov. *Deformation softening of the material in structural elements*. Ekaterinburg, Izdatel'stvo Ural Branch of RAS, 1995.(in Russian) = В. В. Стружанов, В. И. Миронов. *Деформационное разупрочнение материала в элементах конструкций*. -Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 1995. -190с.
- [13] I. A. Birger. *Residual stress*. Moscow, Mashgiz, 1963.(in Russian) = И. А. Биргер. *Остаточные напряжения*. -М.: Машгиз, 1963. -232с.
- [14] G. M. Rybakov. The algorithm managing the quality of blasting. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Mashinostroenie*, 6:35–40, 2006.(in Russian) = Г. М. Рыбаков. Алгоритм управляющий качеством дробеструйной обработки. *Известия высших учебных заведений. Сер. „Машиностроение“*, 6:35–40, 2006.
- [15] I. N. Bojarshinova, V. Yu. Stolbov. Optimization of the process of formation of residual stresses in surface. *Izvestiya RAN, Mekhanika Tverdogo Tela*, 3:74–81, 2004.(in Russian) = И. Н. Бояршинова, В. Ю. Столбов. Оптимизация процесса формирования остаточных напряжений при поверхностной обработке. *Известия РАН. Механика твердого тела*, 3:74–81, 2004.

- [16] G. M. Rybakov. The formation of compressive residual stresses in shot peening. *Tehnologija mashinostroenija*, 1:51–54, 2007.(in Russian) = Г. М. Рыбаков. Формирование сжимающих остаточных напряжений при дробеструйной обработке. *Технология машиностроения*, 1:51–54, 2007.
- [17] S. V. Zhizherin, V. V. Struzhanov. Iterative methods of calculation of stresses in pure bending of beams of sticky material. *Vychislitel'nye tehnologii*, 6(5):24–33, 2001.(in Russian) = С.В. Жижерин, В. В. Стружанов. Итерационные методы расчета напряжений при чистом изгибе балок из повреждающегося материала. *Вычислительные технологии*, 6(5):24–33, 2001.
- [18] I.-G. Shin, R. Kh.Maksudov. The method of calculating the depth of hardening fraction of the surface layer. *Vestnik mashinostroenija*, 4:44–47, 2011.(in Russian) = И. Г. Шин, Р. Х. Максудов. Метод расчета глубины упрочнения дробью поверхностного слоя деталей. *Вестник машиностроения*, 4:44–47, 2011.
- [19] E. S. Gorkunov, S. Yu. A. Mitropolsky, A. L. Osintseva, D. I. Vichuzhanin. The study of deformation and evaluation of stresses in materials with hardened surface layers by magnetic methods. *Fizicheskaja mezomehanika*, 12(2):95–104, 2009.(in Russian) = Э. С. Горкунов, С. Ю. Митропольская, А. Л. Осинцева, Д. И. Вычужанин. Исследование деформации и оценка напряжений в материалах с упрочненным поверхностным слоем магнитными методами. *Физическая мезомеханика*, 12(2):95–104, 2009.

MSC: 74C10

## The stresses in the reference specimen after the surface hardening

*Valerii V. Struzhanov*

Institute of Engineering Science, The Ural Branch of Russian Academy of Sciences (Yekaterinburg, Russia)

**Abstract.** The technique , which allows for a flat reference specimen residual deflection after blasting one of its surfaces to determine the distribution of residual stresses and to assess the quality of the working plane structural elements, to which the reference specimen was attached.

**Keywords:** reference specimen, residual deflection, residual stresses, cold hardening.