

# Модель левого желудочка переменной высоты

Т.В. Незлобинский  
nezlobinsky@yandex.ru

А.А. Кошелев

ИММ УрО РАН (Екатеринбург)  
УрФУ (Екатеринбург)

## Аннотация

Важной составляющей современных интегративных моделей сердца является анатомическая модель уровня органа, задающая форму и структуру сердца или одной из его камер. Особенность структуры сердца состоит в том, что свойства миокарда очень сильно зависят от направлений мышечных волокон. Анатомические модели сердца должны учитывать его зачастую далекую от симметричной форму и сложный ход волокон в его стенке. Предлагаемые в статье сплайновая модель левого желудочка сердца и программное обеспечение позволяют наглядно и точно приближать форму левого желудочка на основе клинических данных и строить трехмерную анатомическую модель с векторным полем направлений волокон миокарда.

## 1 Введение

Причиной широко использования математических моделей в биологических науках стала возможность строгого описания процессов, протекающих на различных уровнях организации живой материи, а также способность таких моделей к прогнозированию результатов реальных экспериментов. Применение математических моделей в кардиологии открывает новые перспективы в решении как исследовательских задач, так и задач клинической практики и является одной из динамично развивающихся областей. Современными исследователями сердца все чаще признается, что соответствующие модели могут помочь интерпретировать широкий спектр экспериментальных данных и анализировать важные механизмы и взаимосвязи [1].

На данный момент существует огромное количество математических моделей, позволяющих с разной степенью точности описать процессы, протекающие в сердце на уровне отдельной клетки, ткани или всего органа. Все эти модели можно так или иначе разделить на три группы: электрофизиологические модели, механические модели и анатомические модели [2]. Электрофизиологические модели описывают изменения трансмембранного потенциала на уровне клетки. Такие модели могут описывать электрические свойства миокарда феноменологически (модели типа ФитцХью–Нагумо) либо более детально, описывая ионные токи, текущие через мембрану. Механические модели позволяют описывать сократительную функцию сердца и ее влияние на характер протекающих электрофизиологических процессов. Анатомические модели позволяют описать геометрию и форму сердца или отдельных его камер, а также структуру мышечных волокон в нем. Основная задача анатомических моделей — предоставить реалистичный домен для решения задач электрофизиологической и механической активности в сердце.

---

*Copyright © by the paper's authors. Copying permitted for private and academic purposes.*

In: A.A. Makhnev, S.F. Pravdin (eds.): Proceedings of the International Youth School-conference «SoProMat-2017», Yekaterinburg, Russia, 06-Feb-2017, published at <http://ceur-ws.org>

Существует два основных подхода к созданию анатомических моделей сердца. Первый основан на использовании данных медицинской диагностики не только для построения геометрии сердца или отдельных его камер, но и для описания структуры миокарда как совокупности мышечных волокон. В таком случае используются современные неинвазивные методы, например диффузионная спектральная томография, позволяющая визуализировать ориентацию волокон в ткани миокарда. Другим подходом являются алгоритмы, математически формализующие генерацию поля волокон для заданной геометрии. Такие алгоритмы называются «Алгоритмами, основанными на правилах».

## 2 Анатомическая модель левого желудочка сердца

Развитие технологий медицинской визуализации способствовало возможности построения реалистичных трехмерных моделей сердца. Модели сердца, основанные на данных медицинской диагностики, приобрели популярность за последние 15 лет вследствие продвижения таких технологий, как магнитно-резонансная томография (МРТ) и компьютерная томография (КТ), что привело к развитию трехмерных компьютерных моделей сердца. Развитие новых методов визуализации сделало возможным считывание информации о структурных и функциональных особенностях сердечной ткани, что было большим прорывом в трехмерном компьютерном моделировании. Однако, получать данные о структуре миокарда не всегда представляется возможным в силу большой длительности процедуры и требования неподвижности исследуемого объекта. Альтернативным способом является использование алгоритмов, основанных на правилах, генерирующих векторное поле волокон в анатомических моделях сердца. Одним из недавних примеров является алгоритм LDRB (Laplace–Dirichlet Rule-Based), который позволяет генерировать направления мышечных волокон для модели правого и левого желудочков [3]. Несмотря на эффективность и простоту, алгоритм имеет два существенных ограничения. Первое связано с необходимостью иметь гладкие поверхности модели, использующиеся в качестве входных данных. Второе связано с чересчур сильной гладкостью изменения ориентации векторного поля волокон, что не характерно для структуры реального миокарда.

В работе [4] описана аналитическая модель левого желудочка, основанная на принципах спирально-тороидальной организации толщи его стенки, как и модель в данной статье. Ее особенностью также является переменная высота, но к недостаткам можно отнести большое число варьируемых параметров, что затрудняет процедуру построения.

### 2.1 Исходная модель постоянной высоты

Наша анатомическая модель левого желудочка сердца (ЛЖ) основана на модели из работы [5], которая представляет ЛЖ как семейство вложенных друг в друга спиральных поверхностей, заполненных кривыми – волокнами. Алгоритм построения модели относится к типу алгоритмов, основанных на правилах. Для построения модели используется специальная система координат  $(\gamma, \psi, \phi)$ , где  $\gamma$  – положение точки в толще стенки ЛЖ ( $\gamma = \gamma_0$  – эндокард,  $\gamma = \gamma_1$  – эпикард),  $\psi$  – аналог географической широты ( $\psi = 0$  – самая верхняя плоская часть модели ЛЖ,  $\psi = \pi/2$  – верхушка, самая узкая часть модели ЛЖ),  $\phi$  – аналог географической долготы (от 0 до  $2\pi$  вокруг оси вращения ЛЖ). Модель хорошо приближает волоконную структуру миокарда, но имеет ограничения, связанные с неточным приближением направлений волокон в базальной части и в области верхушки [6].

Для реконструкции геометрии ЛЖ необходимы следующие исходные данные:

1. Меридианы  $\phi_i, i = 0, 1, \dots, n - 1$ , на которых проводились измерения;
2. Координаты  $\rho_{i,j}^{epi}, z_{i,j}^{epi}, i = 0, 1, \dots, n - 1, j = 0, 1, \dots, n_i^{epi} - 1$ , отмеченных точек на эпикарде<sup>1</sup>;
3. Координаты  $\rho_{i,j}^{endo}, z_{i,j}^{endo}, i = 0, 1, \dots, n - 1, j = 0, 1, \dots, n_i^{endo} - 1$ , отмеченных точек на эндокарде<sup>2</sup>;

Необходимо отметить, что в модели с плоским основанием высота желудочка  $Z$  в каждом из меридианов одинакова.

Алгоритм реконструкции модели на основе исходных данных:

1. Соединение точек на эпикарде в каждом меридиане  $\phi_i$  интерполяционной кривой (кубическим сплайном). Таким образом будет получен набор из  $n$  кривых.
2. Для каждого значения  $\psi$ , соединение  $n$  точек с помощью с помощью замкнутой интерполяционной кривой (периодическим сплайном). На данном этапе строится поверхность эпикарда.

<sup>1</sup>Эпикард – внешний слой ЛЖ

<sup>2</sup>Эндокард – внутренний слой ЛЖ

3. Повторить пп. 1 и 2 для наборов точек на эндокарде. Таким образом будет получена поверхность эндокарда.

4. На последнем этапе остается заполнить пространство между поверхностями эпикарда и эндокарда с помощью функции, линейно зависящей от  $\gamma$ .

Переход из специальных координат в цилиндрические осуществляется по формуле:

$$z(\gamma, \psi) = Z - (Z - h\gamma) \sin \psi. \quad (1)$$

Следовательно, для координаты  $\psi$  получим формулу:

$$\psi(\gamma, z) = \arcsin \left( \frac{Z - z}{Z - h\gamma} \right). \quad (2)$$

Интерполяционные кривые (сплайны) для получения образующих желудочка в каждом из меридианов:

$$\begin{aligned} \rho^{epi}(\psi, \phi_i) &= \text{spline}(\psi, \psi_{i,j}^{epi} \mapsto \rho_{i,j}^{epi}), \\ \rho^{endo}(\psi, \phi_i) &= \text{spline}(\psi, \psi_{i,j}^{endo} \mapsto \rho_{i,j}^{endo}). \end{aligned} \quad (3)$$

Нотация  $\text{spline}(x, x_i \mapsto y_i)$  означает сплайн  $y(x)$ , строящийся по двум массивам данных:  $x_i$  и  $y_i$ . Замкнутые интерполяционные кривые (периодические сплайны) для получения поверхностей эпикарда и эндокарда:

$$\begin{aligned} \rho^{epi}(\psi, \phi) &= \text{spline}(\phi, \phi_i \mapsto \rho_{i,j}^{epi}(\psi, \phi_i)), \\ \rho^{endo}(\psi, \phi) &= \text{spline}(\phi, \phi_i \mapsto \rho_{i,j}^{endo}(\psi, \phi_i)). \end{aligned} \quad (4)$$

Заполнение стенки левого желудочка:

$$\rho(\gamma, \psi, \phi) = \rho^{epi}(\psi, \phi)(1 - \gamma) + \rho^{endo}(\psi, \phi)\gamma. \quad (5)$$

Недостатком данной модели можно назвать плоское основание, что сказывалось на возможности учитывать сложные особенности асимметрии стенок некоторых левых желудочков.

## 2.2 Модель переменной высоты

Мы модифицировали модель с плоским основанием, введя еще один интерполяционный сплайн:

$$Z(\phi) = \text{spline}(\phi, \phi_i \mapsto z_i), \quad (6)$$

где  $z_i$  – координата  $z$  точки левого желудочка.

В таком случае можно снять требование равенства максимальной величины высоты желудочка  $Z$  для всех меридианов. Формулы (1) и (2) примут вид:

$$z(\gamma, \psi, \phi) = Z(\phi) - (Z(\phi) - h\gamma) \sin \psi. \quad (7)$$

$$\psi(\gamma, z, \phi) = \arcsin \left( \frac{Z(\phi) - z}{Z(\phi) - h\gamma} \right). \quad (8)$$

Такая модификация позволяет избавиться от плоского основания и связанных с этим неудобств при построении модели ЛЖ.

## 3 Программное обеспечение

Для реализации алгоритма построения модели переменной высоты нами был разработан программный пакет с графическим интерфейсом, позволяющий строить трехмерную анатомическую модель ЛЖ по данным УЗИ- или МРТ-диагностики конкретного пациента (рис. 1 и 2). Работа с приложением начинается с выбора исходных данных для построения модели, например, в случае снимков УЗИ это, как правило, два перпендикулярных друг другу сечения сердца (двухкамерная и четырехкамерная позиции).

Построение модели проходит в несколько этапов:

1. На первом этапе система координат, в которой будет проводиться построение, привязывается к ЛЖ. Для этого пользователем отмечаются точка на верхушке<sup>3</sup> и две точки, через которые проходит линия

<sup>3</sup>Верхушка – самая далекая от клапанов часть ЛЖ

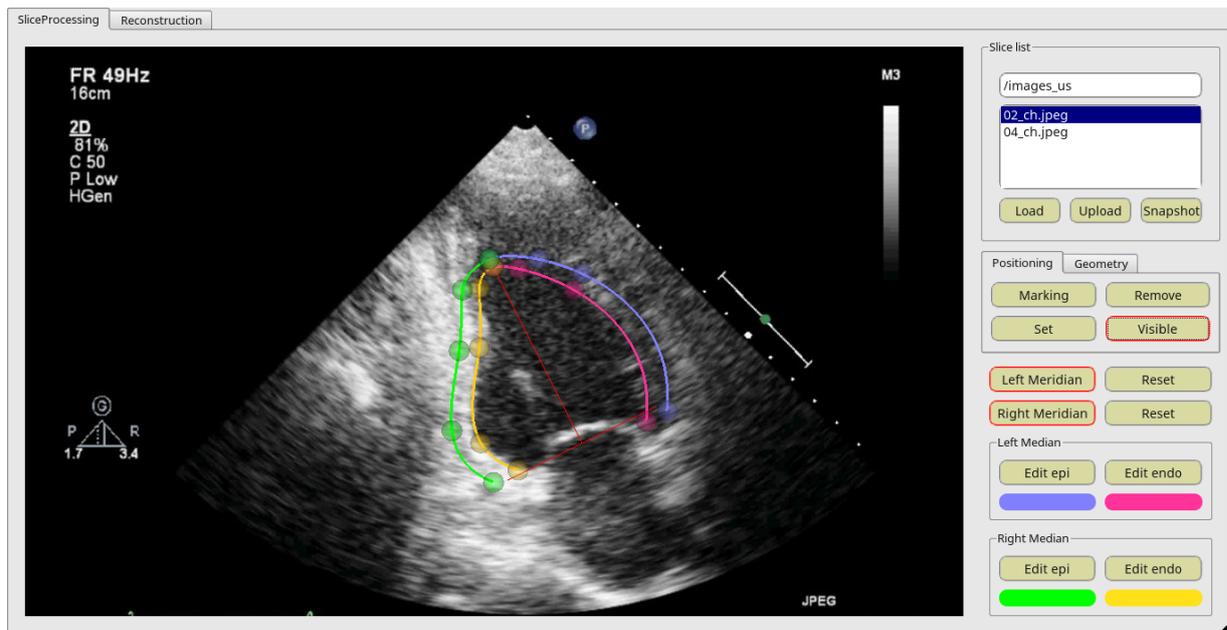


Рис. 1: Окно обработки снимков (срезов) для данных УЗИ с построенными по формуле (3) сплайнами. В окне обработки присутствуют четыре сплайна, отличающиеся цветом, включающие узлы (большие полупрозрачные точки) и кривые сплайнов, проходящие через эти узлы

основания желудочка для данной позиции. Точка на верхушке становится началом системы координат, а линия, соединяющая верхушку и линию основания, – осью ЛЖ.

2. На втором этапе строятся сплайны для каждой из образующих ЛЖ по формулам (3). Пользователь может добавлять/удалять точки (узлы) сплайна и корректировать их позиции. Каждое из изображений обрабатывается последовательно с возможностью возврата к предыдущим.

3. На третьем этапе строится сетка узлов ЛЖ по формулам (4), (5), (6) или поверхности эпикарда и эндокарда, а также векторное поле мышечных волокон миокарда (направления волокон в узлах). На рис. 2 представлен результат построения. Полученную сетку или поверхности вместе с полем волокон можно экспортировать в формат vtk [7] для дальнейшей обработки. Формулы для вычисления направления волокна в точке приведены в приложениях работы [5] и применимы для предложенной нами модели с заменой  $Z$  на  $Z(\phi)$ .

#### 4 Верификация направлений мышечных волокон

Нами проведена глобальная верификация направлений мышечных волокон на основе открытых данных ДТ–МРТ сердца собаки Университета Джонса Хопкинса (Балтимор, США) [8].

На данных был выделен ЛЖ. Он был разделен на  $n = 8$  меридианов, по которым строилась модель и векторное поле волокон. Далее для каждой точки модели находилась ближайшая точка исходных данных и вычислялся угол между векторами направлений волокон в данной точке. На рис. 3 и 4 и в таблице приведены результаты сравнения. Каждый из сплайнов строился по 5 – 7 узлам. Параметры модели:  $\gamma_0 = 0.18$ ,  $\gamma_1 = 0.9$ .

Таблица. Основные статистические величины верификации

Параметр	Величина
Среднее значение	29.14°
Медиана	24.72°
Среднекв. отклонение	19.39°

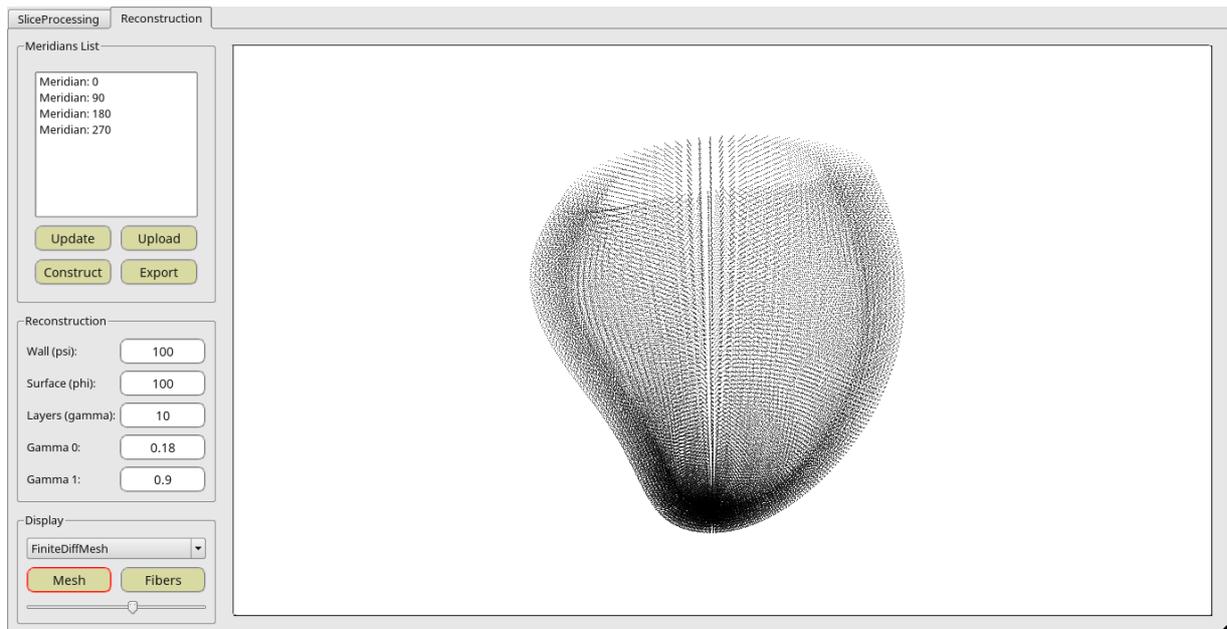


Рис. 2: Окно программы с построенными узлами эпи- и эндокарда

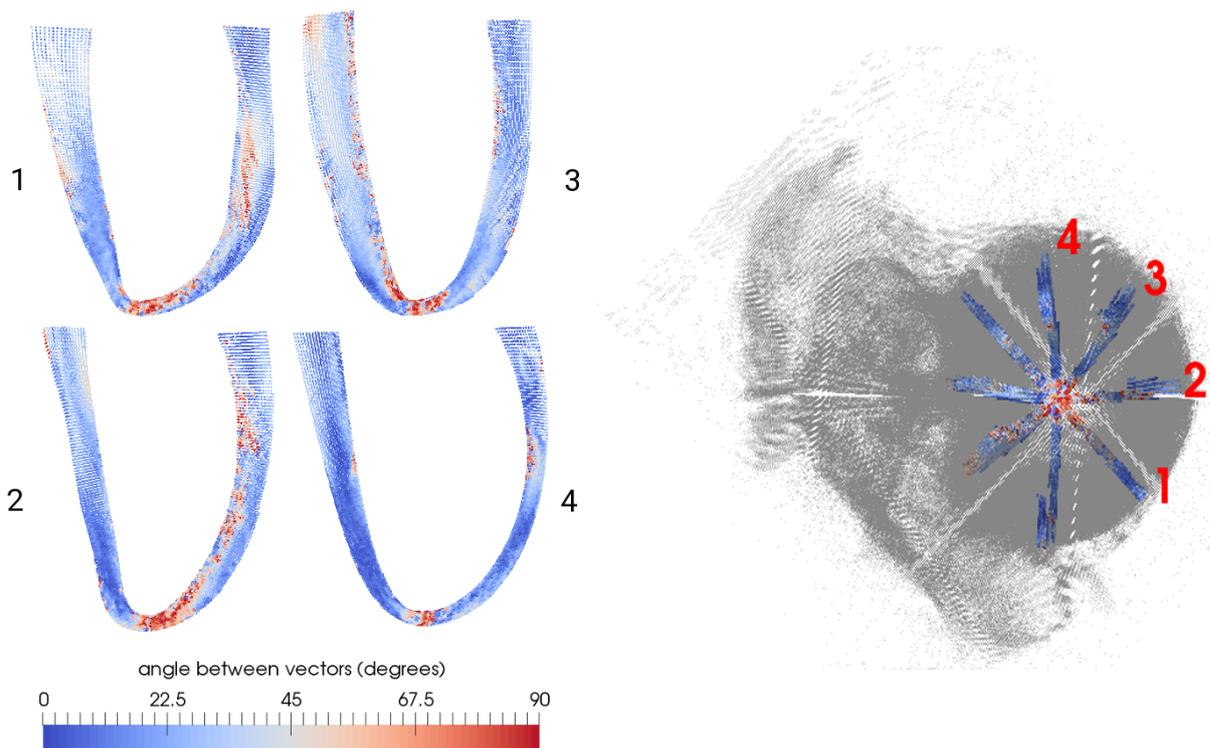


Рис. 3: Слева: четыре сечения модели для угла  $45^\circ$  между секущими плоскостями, с цветовой картой, соответствующей углу между векторами направлений волокон модели и исходных данных. Справа: те же четыре сечения, совмещенные с исходными данными (полупрозрачная сетка ДТ-МРТ). Под одним номером находятся одни и те же сечения слева и справа

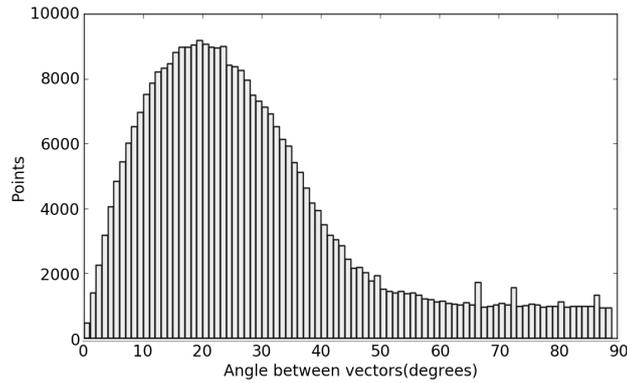


Рис. 4: Гистограмма углов между векторами направлений волокон модели и исходных данных при глобальной верификации модели

## 5 Заключение

Приведенный в статье алгоритм модели переменной высоты и разработанное к нему программное обеспечение позволяют строить различные геометрии левого желудочка на основе данных медицинской диагностики. Преимущества алгоритма переменной высоты заключаются в более гибкой процедуре обмера с возможностью учитывать особенно сложные морфологические особенности ЛЖ. Результатом работы программного обеспечения является сетка узлов с сгенерированным векторным полем направлений волокон или сетка на поверхностях ЛЖ. Полученная анатомическая модель может быть использована в вычислительных экспериментах по моделированию электрофизиологической и механической активности левого желудочка сердца.

## Благодарности

Авторы выражают благодарность своему коллеге С.Ф. Правдину за участие в обсуждении результатов работы и Т.В. Чумарной за предоставленные данные УЗИ сердца.

Работа поддержана субсидией на выполнение госзадания ИММ УрО РАН (тема № 0387-2014-0043).

## Список литературы

- [1] N.A. Trayanova. Whole Heart Modeling: Applications to Cardiac Electrophysiology and Electromechanics. *Circulation research*, 108(1):113-128, 2011.
- [2] R.C.P. Kerckhoffs, S.N. Healy, T.P. Usyk, A.D. McCulloch. Computational Methods for Cardiac Electromechanics. *Proceedings of the IEEE*, 94(4):769-783, 2006.
- [3] J. D. Bayer, R. C. Blake, G. Plank, N. A. Trayanova. A Novel Rule-Based Algorithm for Assigning Myocardial Fiber Orientation to Computational Heart Models. *Annals of Biomedical Engineering*, 40(10): 2243-2254, 2012.
- [4] A.A. Koshelev et al. A Modified Mathematical Model of the Cardiac Left Ventricular Anatomy. *Biophysics*, 61(5): 986-995, 2016.
- [5] S.F Pravdin. A Mathematical Spline-Based Model of Cardiac Left Ventricle Anatomy and Morphology. *Computation*, 4(4):1-25, 2016.
- [6] S.F. Pravdin. Nonaxisymmetric mathematical model of the cardiac left ventricle anatomy. *Russian journal of biomechanics*, 17(62):84-105, 2013.
- [7] VTK File Formats. <http://www.vtk.org/wp-content/uploads/2015/04/file-formats.pdf>
- [8] DT-MRI data. [http://gforge.icm.jhu.edu/gf/project/dtmri\\_data\\_sets/docman/](http://gforge.icm.jhu.edu/gf/project/dtmri_data_sets/docman/)

# A model of the left ventricle with a variable height

*Timur V. Nezlobinsky, Anton A. Koshelev*

Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics (Yekaterinburg, Russia)

Ural Federal University (Yekaterinburg, Russia)

**Keywords:** left ventricle, cardiac model, splines, rule-based model.

Anatomical cardiac model is an important component of modern integrative models of the heart and describes the form and structure of the whole heart or its chambers. One of the main heart structure features is that the properties of the myocardium strongly depend on the directions of the muscle fibers. Anatomical models of the heart must take into account its often far from symmetrical form and the complex directions of fibers in its wall. The spline model and software described in this article make it possible to accurately approximate the form of the left ventricle based on clinical data and construct a three-dimensional anatomical model with a vector field of the myocardial fiber directions.