

**STABILITY OF ESTIMATION OF LOCAL MAGNETIC ANOMALIES
PARAMETERS FROM THE DATA OF GEOMAGNETIC SURVEY
USING A DRONE**

Valery P. Kosykh^{1,3}, Gennadiy G. Gromilin¹, Andrei P. Firsov², Andrei V. Savluk²

¹Institute of Automation and Electrometry SB RAS, Novosibirsk, Russia

²Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Novosibirsk, Russia

³Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia

Abstract

The stability of estimates of the size, depth and magnetization of local sources of magnetic anomalies is studied in a joint analysis of magnetic survey data recorded at several altitudes.

Keywords: magnetic anomaly, inverse problems of geomagnetic, drone

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЛОКАЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ АНОМАЛИЙ ПО ДАННЫМ РАЗНОВЫСОТНОЙ МАГНИТНОЙ СЪЕМКИ С ПОМОЩЬЮ БПЛА

Косых В.П.^{(1),(3)}, Громили Г.И.⁽¹⁾, Фирсов А.П.⁽²⁾, Савлук А.В.⁽²⁾

¹ Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Новосибирск

² Институт нефтегазовой геологии СО РАН, Новосибирск

³ Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Исследуется устойчивость оценок размеров, глубины залегания и намагниченности локальных источников магнитных аномалий при совместном анализе данных магнитной съемки, зарегистрированных на нескольких высотах.

Ключевые слова: магнитная аномалия, обратные задачи магниторазведки, БПЛА

Благодаря интенсивному развитию беспилотной авиации в последнее десятилетие наблюдается тенденция к проведению магниторазведки с помощью аппаратуры, размещенной на БПЛА [1]. Достоинством применения такого способа разведки является сравнительно невысокая (по сравнению с аэромагнитной разведкой) стоимость, во-первых, и возможность проводить магнитосъемку с достаточно высокой степенью пространственной детализации. Кроме того, применение БПЛА позволяет проводить измерения на разных высотах, что порождает надежды на появление новых возможностей в решении обратных задач магниторазведки. Прямые задачи магниторазведки состоят в вычислении поля в окрестности порождающего магнитную аномалию источника, имеющего известную форму и известное распределение намагниченности. Задача интерпретации данных магнитной разведки заключается в моделировании такой геометрии источников и распределения намагниченности, которая бы давала распределение модельного поля, соответствующее результатам измерений. Задача эта является типичной некорректной обратной задачей. Сложность ее состоит в том, что полученных в результате измерения данных недостаточно для построения решения, устойчивого к возмущениям, возникающим из-за ошибок, присутствующих в измерениях, без привлечения дополнительных ограничений на пространственную структуру моделируемого источника. В связи с открывающейся практической возможностью регистрировать поле источника магнитной аномалии на нескольких высотах возникает вопрос, как сказываются разновысотные измерения на возможность построения устойчивых к возмущениям моделей источника. В данной работе делается попытка оценить влияние разновысотных магнитных измерений на устойчивость оценок параметров модели без привлечения дополнительных ограничений.

Из-за сложности получения аналитических выражений для оценок параметров, обусловленной нелинейностью задачи оценивания параметров произвольного источника аномалии, предлагается численно исследовать сравнительно простую задачу. Пусть источником магнитной аномалии является прямоугольная однородно намагниченная призма размером $2X \times 2Y \times 2Z$, расположенная под плоскостью XOY правой прямоугольной системы координат. Ребра призмы ориентированы параллельно осям координат, геометрический центр лежит на оси OZ на глубине z_0 . Вектор намагниченности призмы направлен вдоль оси OZ . На высоте h в плоскости, параллельной плоскости XOY , проводится регистрация аномальной (т.е. обусловленной наличием источника) вертикальной составляющей индукции магнитного поля. По результатам измерений оцениваются размеры призмы, глубина z_0 и намагниченность. Наша цель – проверить, как влияет наличие измерений магнитной индукции на разных высотах на ошибки оцениваемых параметров, обусловленных ошибками в измерениях. Поскольку в этой задаче требуется оценить сравнительно небольшое, в отличие от реальных обратных задач магниторазведки, количество параметров, в качестве дополнительных ограничений при ее решении будем использовать только сведения о форме источника.

При условии, что намагниченность – индуцированная, а магнитная восприимчивость источника аномалий мала настолько, что влиянием взаимного размагничивания можно пренебречь, и при вычислении магнитного потенциала объемного источника можно пользоваться интегральными формулами [2], магнитный потенциал избранного источника в точке с координатами (x, y, z) можно представить в виде

$$U(x, y, z) = \mu I \int_{-X}^X \int_{-Y}^Y \int_{z_0-Z}^{z_0+Z} \frac{(z-z') dx' dy' dz'}{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2},$$

а вертикальную составляющую индукции магнитного поля – как

$$B(x, y, z | I, X, Y, Z, z_0) = -\frac{\partial}{\partial z} U(x, y, z) \quad (1)$$

$$= \mu_0 I \sum_{k=0}^7 \alpha_k \operatorname{arctg} \frac{X_k Y_k}{Z_k (X_k^2 + Y_k^2 + Z_k^2)^{1/2}},$$

Здесь $\alpha = (1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, -1)$; $X_k = x - (-1)^{\lfloor k/4 \rfloor} X$; $Y_k = y - (-1)^{\lfloor k/2 \rfloor} Y$; $Z_k = z - (-1)^k Z$; $\lfloor \cdot \rfloor$ – целая часть выражения; I – намагниченность источника; μ_0 – магнитная постоянная.

Пусть на L высотах получены наборы измерений вертикальной составляющей аномальной магнитной индукции

$$\tilde{B}(x_{m_l}, y_{m_l}, z_l), \quad n = \overline{1, L}, \quad m_l = \overline{1, M_l}, \quad (2)$$

(M_n – количество отсчетов, полученных на n -ой высоте). Для оценивания параметров источника аномалии воспользуемся методом наименьших квадратов (МНК), который с учетом модели (1) требует минимизации по искомым параметрам функционала

$$J(I, X, Y, Z, z_0) = \sum_{l=1}^L \sum_{m_l=1}^{M_l} [\tilde{B}(x_{m_l}, y_{m_l}, z_l) - B(x_{m_l}, y_{m_l}, z_l | I, X, Y, Z, z_0)]^2,$$

посредством решения относительно I, X, Y, Z, z_0 переопределенной системы уравнений

$$\begin{aligned} J'_I(I, X, Y, Z, z_0 | x_{m_l}, y_{m_l}, z_l) &= 0, \\ J'_X(I, X, Y, Z, z_0 | x_{m_l}, y_{m_l}, z_l) &= 0, \\ J'_Y(I, X, Y, Z, z_0 | x_{m_l}, y_{m_l}, z_l) &= 0, \\ J'_Z(I, X, Y, Z, z_0 | x_{m_l}, y_{m_l}, z_l) &= 0, \\ J'_{z_0}(I, X, Y, Z, z_0 | x_{m_l}, y_{m_l}, z_l) &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

линейной только относительно I . Решение ее может быть найдено посредством некоторой итерационной процедуры, использующей линеаризацию (1) в окрестности n -го приближения искоемых параметров X_n, Y_n, Z_n, z_{0n} относительно поправок $\delta X_{n+1}, \delta Y_{n+1}, \delta Z_{n+1}, \delta z_{0n+1}$.

Оставляя в стороне вопрос о выборе способа решения системы и сходимости итерационной процедуры, численно исследуем поведение обратной матрицы системы нормальных уравнений в окрестности истинных значений искоемых параметров в зависимости от количества высот, на которых выполняются измерения, при фиксированном общем количестве измерений. Эта матрица с точностью до постоянного множителя, равного дисперсии измерений, определяет ковариационную матрицу оценок параметров [3], а корни квадратные из ее диагональных элементов – среднеквадратичные ошибки оценок.

В таблице приведены результаты расчета среднеквадратичных ошибок оценок параметров для модели источника аномалии с фиксированными размерами призмы $X = 2.5$ и $Y = 1.5$ и фиксированной глубиной залегания $z_0 = 2$. Вертикальный размер призмы Z изменяется от 0.25 до 2 (первая колонка таблицы). Высота полета h (вторая колонка) изменяется от 3 до 18 (при расчетах предполагается, что высота полета известна). Поскольку цель работы состояла не в получении конкретных ошибок оценок параметров, а в исследовании влияния на них разновысотных измерений, все размеры даны в относительных единицах. Координаты измерений x_{m_l}, y_{m_l} распределены с постоянным шагом $\delta = 1$ на квадратной площадке размером 50×50 с

смещением 0.5 вдоль осей OX и OY в разных плоскостях полета. В остальных колонках таблицы приведены рассчитанные среднеквадратичные ошибки оцениваемых параметров $\sigma_I \div \sigma_{z0}$. В строках таблицы, соответствующих $h = 3 \div 18$, приведены ошибки оценок, полученных при совместной обработке измерений, полученных на разных высотах полета. Сравнивая значения ошибок одного параметра, полученные по измерениям на одной и той же высоте, можно обнаружить вполне ожидаемый результат – с увеличением вертикального размера призмы Z ошибки оценок всех параметров уменьшаются, т.к. увеличивается ее магнитная индукция на этой высоте, и, следовательно, возрастает отношение C/Π в измерениях. Также ожидаемо при фиксированном значении вертикального размера призмы ошибки оценок всех параметров с ростом высоты полета очень резко увеличиваются (первые четыре строки таблицы для каждого значения Z), поскольку с высотой уменьшаются, примерно как третья степень высоты, величина магнитной индукции и отношение C/Π .

Таблица. Среднеквадратичные ошибки оценок параметров источника аномалии.

Z	h	σ_I	σ_X	σ_Y	σ_Z	σ_{z0}
0.25	3	1.95e+03	5.87e+00	3.96e+00	2.46e+02	3.51e+01
	8	2.40e+04	1.59e+02	8.20e+01	6.02e+03	4.51e+02
	13	1.21e+05	1.17e+03	5.91e+02	4.55e+04	2.34e+03
	18	4.17e+05	4.90e+03	2.46e+03	2.09e+05	8.31e+03
	3-18	1.88e+01	1.16e+01	7.21e+00	4.95e+00	1.48e+01
0.5	3	2.39e+02	2.85e+00	1.94e+00	6.27e+01	1.76e+01
	8	2.98e+03	7.87e+01	4.07e+01	1.51e+03	2.26e+02
	13	1.51e+04	5.84e+02	2.95e+02	1.14e+04	1.17e+03
	18	5.20e+04	2.44e+03	1.23e+03	5.22e+04	4.16e+03
	3-18	9.49e+00	5.63e+00	3.55e+00	5.11e+00	8.11e+00
1.0	3	2.77e+01	1.27e+00	9.03e-01	1.68e+01	8.82e+00
	8	3.65e+02	3.80e+01	1.97e+01	3.86e+02	1.13e+02
	13	1.87e+03	2.88e+02	1.45e+02	2.88e+03	5.85e+02
	18	6.46e+03	1.21e+03	6.08e+02	1.31e+04	2.08e+03
	3-18	4.87e+00	2.51e+00	1.68e+00	5.83e+00	5.76e+00
1.5	3	7.28e+00	6.96e-01	5.35e-01	8.25e+00	5.91e+00
	8	1.04e+02	2.40e+01	1.24e+01	1.78e+02	7.58e+01
	13	5.43e+02	1.87e+02	9.43e+01	1.30e+03	3.91e+02
	18	1.89e+03	7.96e+02	4.00e+02	5.90e+03	1.39e+03
	3-18	3.36e+00	1.38e+00	1.04e+00	7.08e+00	6.30e+00
2.0	3	2.67e+00	3.95e-01	3.43e-01	5.24e+00	4.45e+00
	8	4.18e+01	1.66e+01	8.66e+00	1.05e+02	5.73e+01
	13	2.24e+02	1.35e+02	6.83e+01	7.50e+02	2.94e+02
	18	7.85e+02	5.85e+02	2.94e+02	3.37e+03	1.04e+03
	3-18	2.41e+00	7.87e-01	6.75e-01	8.16e+00	7.35e+00

Ошибки оценок горизонтальных (X и Y) и вертикального (Z) размеров призмы, полученных по данным разновысотных измерений, ведут себя по-разному. Если оценки горизонтальных размеров (четвертая и пятая колонки) при разновысотных измерениях хуже, чем полученные на минимальной высоте, и лучше, чем на максимальной, то оценки вертикального размера и глубины залегания (две последние колонки), полученные по разновысотным данным, при малом вертикальном размере оказываются более точными, чем полученные на минимальной высоте. Это позволяет надеяться, что корректное использование разновысотных данных позволит повысить устойчивость решения обратных задач магниторазведки по сравнению с решениями, построенными по данным, полученным на одной высоте. В продолжение исследований в качестве ближайшей задачи представляет интерес внесение ошибок измерения координат датчика в модель формирования измерений и анализ их влияния на устойчивость оценок параметров.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Новые технологии дистанционных геофизических исследований Земли и оперативного мониторинга окружающей среды на базе БПЛА лёгкого и сверхлёгкого классов. http://www.nsu.ru/project_investigations (дата обращения 15.06.2017).
- [2] Блох Ю.И. Решение прямых задач гравиразведки и магниторазведки. М. МГГА, 1993, 160 с.
- [3] Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применения (гл. 4). М., «Наука», 1968, 547 с.