

**Велиева Т.Р.<sup>1</sup>, Зарядов И.С.<sup>1,2</sup>, Королькова А.В.<sup>1</sup>, Кулябов Д.С.<sup>1,3</sup>**

<sup>1</sup> Российский университет дружбы народов, г. Москва, Россия

<sup>2</sup> Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН, г. Москва, Россия

<sup>3</sup> Объединённый институт ядерных исследований, г. Дубна, Россия

## **КРИТЕРИИ ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОГО РЕЖИМА МОДУЛЯ АКТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ТРАФИКОМ\***

### **Аннотация**

*В сетях передачи данных может возникать такое негативное явление как глобальная синхронизация. Оно проявляется в виде автоколебаний, захватывающих целый сегмент сети. Как результат наблюдается деградация параметров сети, таких как пропускная способность, латентность и т.д.*

*Причиной этого явления является взаимодействие управляющих элементов в сети (например, модулей активного управления трафиком) и протоколов типа TCP.*

*Для предотвращения данного явления предлагается управлять параметрами управляющих элементов сети (поскольку перспективы радикальной модификации протокола TCP представляются нам несколько иллюзорными). Конкретно мы изучаем модули активного управления трафиком типа RED. Для вычленения основных параметров, от которых может зависеть возникновение автоколебаний, мы предполагали провести линеаризацию модели с последующим её исследованием. Однако стандартная линеаризация приводит к исчезновению автоколебательного режима. Мы предлагаем использовать метод гармонической линеаризации, сохраняющий автоколебательный режим. В работе кратко рассматривается метод гармонической линеаризации. Также мы выделяем основные критерии, которые можно использовать для определения наличия автоколебаний и определения их параметров. Применение метода гармонической линеаризации демонстрируется на примере исследования модуля активного управления трафиком RED.*

### **Ключевые слова**

*Активное управление трафиком; теория управления; автоколебательный режим.*

**Velieva T.R.<sup>1</sup>, Zaryadov I.S.<sup>1,2</sup>, Korolkova A.V.<sup>1</sup>, Kulyabov D.S.<sup>1,3</sup>**

<sup>1</sup> Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia

<sup>2</sup> Federal Research Center Computer Science and Control of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>3</sup> Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Moscow region, Russia

## **THE CRITERIA FOR THE STUDY OF OCCURRENCE OF SELF-OSCILLATION MODE OF ACTIVE TRAFFIC MANAGEMENT MODULE**

### **Abstract**

*In data networks, a negative phenomenon such as global synchronization can occur. It manifests itself in the form of auto-oscillations, which may capture the whole segment of the network. As a result, the network parameters such as the bandwidth, latency, etc. are degraded.*

*The reason for this phenomenon is the interaction of control elements in the network (for example, active traffic management modules) and protocols such as TCP.*

*To prevent this phenomenon, it is proposed to control the parameters of the network control elements (since the prospects of a radical modification of the TCP protocol seem somewhat illusory to us).*

\* Труды II Международной научной конференции «Конвергентные когнитивно-информационные технологии» (Convergent'2017), Москва, 24-26 ноября, 2017

Proceedings of the II International scientific conference "Convergent cognitive information technologies" (Convergent'2017), Moscow, Russia, November 24-26, 2017

Specifically, we are studying the active traffic control modules of the RED type. To isolate the main parameters on which the occurrence of self-oscillations may depend, we assumed to linearize the model with its subsequent investigation. However, the standard linearization leads to the disappearance of the self-oscillatory regime. We suggest to use the method of harmonic linearization, which preserves the self-oscillatory regime. So the method of harmonic linearization is briefly considered in our paper. We also highlight the main criteria that can be used to determine the presence of self-oscillations and to determine their parameters. The application of the harmonic linearization method is demonstrated with the help of the RED active traffic control module.

## Keywords

Traffic active management; control theory; self-oscillating mode.

## Введение

При моделировании технических систем с управлением возникает необходимость исследования их характеристик. Также необходимо исследование влияния параметров систем на эти характеристики. В системах с управлением возникает такое паразитное явление, как автоколебательный режим. Нами проводились исследования по определению области возникновения автоколебаний. Однако параметры этих автоколебаний нами не исследовались. В данной статье мы предлагаем использовать метод гармонической линеаризации для данной задачи. Этот метод применяется в теории управления, однако данный раздел математики достаточно редко используется в классическом математическом моделировании. Авторы предлагают методическую статью, призванную познакомить неспециалистов с применением этого метода.

## Механизм адаптивного управления перегрузками RED

Для улучшения рабочих характеристик канала необходимо оптимизировать управление очередями на маршрутизаторах. Одним из возможных подходов является применение алгоритма случайного раннего обнаружения (Random Early Detection, RED) [1–5].

Алгоритм RED использует взвешенное значение длины очереди в качестве фактора, определяющего вероятность отбрасывания пакета. По мере роста средней длины очереди растёт вероятность отбрасывания пакетов (см. (1)). Для управления функцией сброса используются два пороговых значения средневзвешенной длины очереди, влияющих на функционирование алгоритма (рис. 1):

$$p(\hat{Q}) = \begin{cases} 0, & 0 < \hat{Q} \leq Q_{min}, \\ \frac{\hat{Q} - Q_{min}}{Q_{max} - Q_{min}} p_{max}, & Q_{min} < \hat{Q} \leq Q_{max}, \\ 1, & \hat{Q} > Q_{max}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $p(\hat{Q})$  – функция сброса пакета,  $\hat{Q}$  – экспоненциально-взвешенное скользящее среднее среднего размера очереди,  $Q_{min}$  и  $Q_{max}$  – пороговые значения средневзвешенного значения длины очереди,  $p_{max}$  – максимальный уровень сброса пакетов.

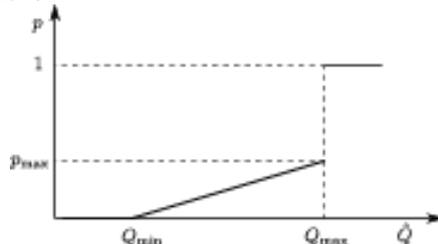


Рис. 1. Функция сброса RED

Алгоритм RED благодаря простоте своей реализации в сетевом оборудовании достаточно эффективен, но обладает рядом недостатков. В частности, при некоторых значениях параметров возникает устойчивый автоколебательный режим функционирования системы, что негативно сказывается на показателях качества обслуживания сети [6–8]. К сожалению, отсутствуют чёткие критерии выбора значений параметров RED, при которых система не входила бы в автоколебательный режим.

Для описания RED будем использовать непрерывную модель [9–16]. Для этой модели примем следующие упрощающие предположения:

- модель записана в моментах;
- модель описывает только фазу избежания перегрузок протокола TCP Reno;
- в модели рассматривается только сброс при получении 3-х последовательных подтверждений ACK.

$$\begin{aligned} \dot{W}(t) &= \frac{1}{T(Q, T)} - \frac{W(t)W(t - T(Q, t))}{2T(t - T(Q, t))} p(t - T(Q, t)); \dot{Q}(t) = \frac{W(t)}{T(Q, t)} N(t) - C; \dot{\hat{Q}}(t) \\ &= -\omega_q C \hat{Q}(t) + \omega_q C Q(t). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь используются следующие обозначения:

$W$  — средний размер окна ТСП;

$Q$  — среднее значение размера очереди;

$\hat{Q}$  — экспоненциально-взвешенное скользящее среднее (EWMA) среднего размера очереди;

$C$  — интенсивность обслуживания очереди;

$T$  — полное время двойного оборота;  $T = T_p + \frac{Q}{C}$  — время двойного оборота свободной сети (без учёта задержек в оборудовании);  $\frac{Q}{C}$  — время нахождения пакета в очереди;

$N$  — количество сессий ТСП;

$p$  — функция сброса пакетов.

### Метод гармонической линейаризации

Метод гармонической линейаризации является приближённым методом. Он применяется для исследования условий возникновения и определения параметров автоколебаний, анализа и оценки их устойчивости, а также для исследования вынужденных колебаний. Гармонически-линейаризованная система зависит от амплитуд и частот периодических процессов. Это является существенным отличием гармонической линейаризации от обычного способа линейаризации, приводящего к чисто линейным выражениям, что позволяет исследовать основные свойства нелинейных систем.

Метод гармонической линейаризации применяется для систем определённой структуры (см. рис. 2). Система состоит из линейного звена  $H_l$  и нелинейного звена, заданного функцией  $f(x)$ . Обычно рассматривают статический нелинейный элемент.

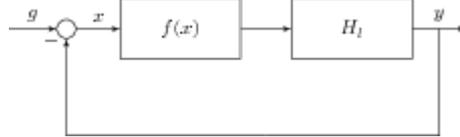


Рис. 2. Блочная структура системы для метода гармонической линейаризации

Для метода гармонической линейаризации предполагается режим свободного движения (входной сигнал  $g(t) = 0$ ). На вход нелинейного элемента подаются свободные гармонические колебания:

$$x(t) = A \sin(\omega t). \quad (3)$$

На выходе нелинейного элемента  $f(x)$  мы получим периодический сигнал. Разложим его в ряд Фурье.

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \sin(k\omega t) + b_k \cos(k\omega t)), \quad (4)$$

где коэффициенты ряда Фурье имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(A \sin(\omega t)) \sin(k\omega t) d(\omega t); \\ b_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(A \sin(\omega t)) \cos(k\omega t) d(\omega t); k = \underline{1, \infty}. \end{aligned}$$

При этом будем считать, что в (4)  $a_0 = 0$ , то есть постоянная составляющая отсутствует.

Линейный элемент представляет собой фильтр низких частот, то есть при увеличении  $k$  линейные элементы подавляют высшие гармоники. Ограничимся только первыми гармониками. Тогда (4) переписывается в виде:

$$f(x) = a_1 \sin(\omega t) + b_1 \cos(\omega t), \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(A \sin(\omega t)) \sin(\omega t) d(\omega t); \\ b_1 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(A \sin(\omega t)) \cos(\omega t) d(\omega t). \end{aligned}$$

Из (3) можно записать:

$$\begin{aligned} x &:= A \sin(\omega t); \\ \cos(\omega t) &= \frac{1}{A\omega} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{A\omega} \frac{d}{dt} x. \end{aligned} \quad (6)$$

Тогда переписем (5) с учётом (6):

$$f(x) = \left[ \kappa(A) + \frac{\kappa'(A)}{\omega} \frac{d}{dt} \right] x \frac{d}{dt} \rightarrow i\omega [\kappa(A) + i\kappa'(A)]x = H_{nl}(A)x, \quad (7)$$

где  $H_{nl}$  — приближенная передаточная функция нелинейного звена,  $\kappa(A)$  и  $\kappa'(A)$  суть коэффициенты гармонической линеаризации:

$$\begin{aligned} \kappa(A) &= \frac{a_1}{A} = \frac{1}{A\pi} \int_0^{2\pi} f(A \sin(\omega t)) \sin(\omega t) d(\omega t); \\ \kappa'(A) &= \frac{b_1}{A} = \frac{1}{A\pi} \int_0^{2\pi} f(A \sin(\omega t)) \cos(\omega t) d(\omega t). \end{aligned} \quad (8)$$

После нахождения коэффициентов гармонической линеаризации для заданного нелинейного звена возможно провести исследование на параметры колебательного режима. Существование в нелинейной системе режима автоколебаний соответствует нахождению линеаризованной системы на колебательной границе устойчивости. Тогда  $A$  и  $\omega$  могут быть найдены с помощью критериев устойчивости линейных систем (Михайлова, Найквиста–Михайлова, Рауса–Гурвица). Таким образом, изучение параметров автоколебаний может быть осуществлено одним из методов определения границы устойчивости линейных систем.

### Критерий Найквиста–Михайлова

Данный критерий относится в аналитико-графическим критериям. Он интересен наглядным графическим представлением поведения системы и регионов существования автоколебательного режима.

Критерий Найквиста–Михайлова [17, 18] позволяет судить об устойчивости замкнутой системы автоматического управления по амплитудно-фазовой характеристике (Nyquist plot) разомкнутой системы.

Сделаем подстановку  $\partial t \rightarrow i\omega$  и  $s \rightarrow \partial t \rightarrow i\omega$  в передаточных функциях. Незатухающие синусоидальные колебания с постоянной амплитудой определяются прохождением амплитудно-фазовой характеристики разомкнутой системы через точку  $(-1, i0)$ .

Характеристическая функция системы будет иметь вид:

$$1 + H_o(A, i\omega) = 0, H_o(A, i\omega) := H_l(i\omega)H_{nl}(A).$$

Здесь  $H_o$  — передаточная функция разомкнутой системы.

Таким образом:

$$H_l(i\omega)H_{nl}(A, i\omega) = -1. \quad (9)$$

С учётом (7) из (9) получим равенство:

$$H_l(i\omega) = -\frac{1}{\kappa(A) + i\kappa'(A)}. \quad (10)$$

Левая часть уравнения (10) — амплитудно-фазовая характеристика линейного звена, а правая часть — обратная амплитудно-фазовая характеристика первой гармоники нелинейного звена (взятая с обратным знаком). А само уравнение (10) есть уравнение баланса между частотой и амплитудой.

Данный вариант критерия также называют методом Гольдфарба.

Иногда удобнее записать уравнение (10) в следующей форме:

$$\kappa(A) + i\kappa'(A) = -\frac{1}{H_l(i\omega)}.$$

Данный вариант критерия также называют методом Коченбургера.

### Критерий Михайлова

Запишем характеристическое уравнение замкнутой системы (13) (рис. 2) с учётом замены  $s \rightarrow \partial t \rightarrow i\omega$ :

$$P_d(i\omega) = 0. \quad (11)$$

Кроме того, если явно выделить действительную и комплексную части, то уравнение (11) можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{P_d(i\omega)\} &= 0, \\ \operatorname{Im}\{P_d(i\omega)\} &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Таким образом, параметры автоколебаний можно определить из уравнения (12).

### Критерий Гурвица

Данный критерий является алгебраическим критерием устойчивости [19, 20].

Передаточная функция замкнутой системы (рис. 2) имеет вид:

$$H_c(s) = \frac{H_l(s)}{1 + H_l(s)H_{nl}(s)} := \frac{P_n(s)}{P_d(s)}. \quad (13)$$

Уравнение  $P_d(s) = 0$  будет характеристическим уравнением системы. Представим его в виде полинома:

$$P_d(s) := a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n. \quad (14)$$

Из коэффициентов характеристического уравнения построим определитель Гурвица  $\Delta$  по следующему алгоритму:

- по главной диагонали слева направо выставляются все коэффициенты характеристического уравнения от  $a_1$  до  $a_n$ ;
- от каждого элемента диагонали вверх и вниз достраиваются столбцы определителя так, чтобы индексы убывали сверху вниз;
- на место коэффициентов с индексами меньше нуля или больше  $n$  ставятся нули.

Таким образом, определитель Гурвица будет выглядеть следующим образом [21]:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & a_1 & a_0 & \dots & \dots & a_3 & a_2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}.$$

По критерию Гурвица, для того чтобы динамическая система была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы все  $n$  главных диагональных миноров определителя Гурвица были положительны, при условии  $a_0 > 0$ . Эти миноры называются определителями Гурвица.

При  $a_n = 0$  система находится на границе аperiodической устойчивости.

Если предпоследний определитель Гурвица (минор определителя Рауса-Гурвица)  $\Delta_{n-1} = 0$ , то система находится на границе колебательной устойчивости. Собственно, данное выражение и необходимо нам для определения условий возникновения и параметров автоколебаний.

**Исходные параметры:** Характеристический полином  $Pd(s)$  (14)

**Результат:** Характеристика устойчивости системы

```
/* Размер матрицы Гурвица */
n = length(Pd) - 1
/* Вспомогательный вектор */
auxiliary = [zeros(n - 1, 1); Pd[end:-1:1]; zeros(n - 2, 1)]
/* Подготовка матрицы Гурвица */
hurwitzMatrix = zeros(n, n)
цикл i = 1 до n выполнять
    |hurwitzMatrix[:, i] = auxiliary [2(n - i) + 1:3n - 2i]
конец
цикл i = 1 до n - 1 выполнять
    |Delta_i = det(hurwitzMatrix [1:i + 1, 1:i + 1])
конец
если a_0 <= 0 или exists Delta_i {Delta_i <= 0, i = 1, ..., n} тогда
    |возвратить Система не устойчива
конец
если a_0 > 0 и Delta_i > 0, i = 1, ..., n - 2 тогда
    |если Delta_n = 0 тогда
    |   |/* Delta_n = a_n Delta_{n-1} */
    |   |если a_n = 0 тогда
    |   |   |возвратить Граница устойчивости аperiodического типа
    |   |   |иначе
    |   |   |   |возвратить Граница устойчивости колебательного типа
    |   |   |   |конец
    |   |иначе
    |   |   |возвратить Система устойчива
    |   |   |конец
    |иначе
    |   |возвратить Система устойчива
    |   |конец
конец
```

### Алгоритм 1: Алгоритм Гурвица

#### Линеаризация модели

Для записи модели (2) в блочно-линейном подходе нам необходимо первоначально её линеаризовать [12]. Проведём все вычисления подробно.

Будем проводить линеаризацию в районе точки равновесия (обозначим точку равновесия индексом  $f$ ). В точке равновесия производные по времени обращаются в ноль, поэтому система уравнений (2) примет следующий вид:

$$\{0 = \frac{1}{T_f} - \frac{W_f^2}{2T_f} p_f; 0 = \frac{W_f}{T_f} N_f - C; 0 = -\omega_q C \hat{Q}_f + \omega_q C Q_f. \quad (15)$$

Из системы уравнений (15) получим уравнения связи на равновесные значения переменных:

$$\{p_f = \frac{2}{W_f^2}; W_f = \frac{CT_f}{N_f}; \hat{Q}_f = Q_f. \quad (16)$$

Проварьируем правые части (15) по всем переменным в окрестности точки равновесия. Учитывая уравнения связи (16), запишем линеаризованную систему в следующем виде.

$$\{\delta W(s) = -\frac{1}{s + \frac{N}{CT_f^2}(1 + e^{-sT_f})} \frac{C^2 T_f}{2N^2} e^{-sT_f} \delta p(s); \delta Q(s) = \frac{1}{s + \frac{1}{T_f}} \frac{N}{T_f} \delta W(s); \delta \hat{Q}(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_q C}} \delta Q(s). \quad (17)$$

Кроме того, линеаризуем функцию сброса (1):

$$\delta p(\hat{Q}, t) = \{0, \quad 0 < \hat{Q} \leq Q_{min}, \frac{p_{max}}{Q_{max} - Q_{min}} \delta \hat{Q}(t), \quad 0, \quad \hat{Q} > Q_{max}. \quad Q_{min} < \hat{Q} \leq Q_{max}, \quad (18)$$

Сокращённо обозначим (18) как

$$\delta p(\hat{Q}, t) = P_{RED} \delta \hat{Q}(t); \quad (19)$$

$$P_{RED} := \{0, \quad 0 < \hat{Q} \leq Q_{min}, \frac{p_{max}}{Q_{max} - Q_{min}}, \quad Q_{min} < \hat{Q} \leq Q_{max}, 0, \quad \hat{Q} > Q_{max}.$$

Учитывая выражение для  $\delta \hat{Q}(s)$  из системы уравнений (17), запишем (19) в следующем виде:

$$\delta p(s) = P_{RED} \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_q C}} \delta Q(s). \quad (20)$$

Функция PRED имеет вид, приведённый на рис. 3

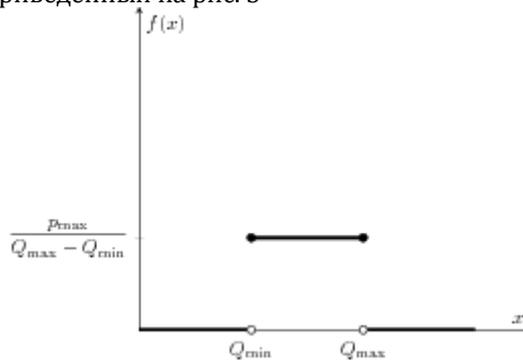


Рис. 3. Функция PRED

На основании (17) и (20) построим блочное представление линеаризованной модели RED (рис. 4).

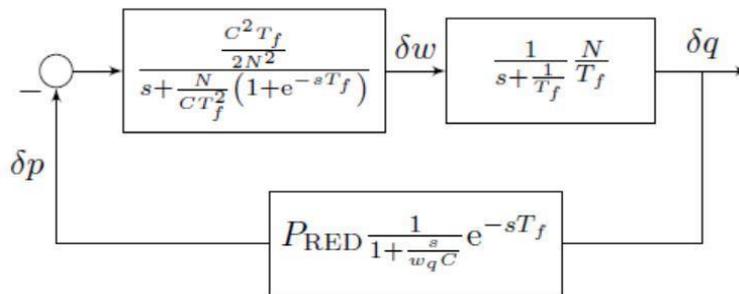


Рис. 4. Блочное представление линеаризованной модели RED

Вычислим коэффициенты гармонической линеаризации  $\kappa(A)$  и  $\kappa'(A)$  (8) для статической нелинейности  $P_{RED}$ :

$$\begin{aligned} \kappa(A) &= \frac{4}{A\pi} \int_0^{\pi/2} P_{RED}(A \sin(\omega t)) \sin(\omega t) d(\omega t); \\ \kappa'(A) &= \frac{4}{A\pi} \int_0^{\pi/2} P_{RED}(A \sin(\omega t)) \cos(\omega t) d(\omega t); \end{aligned}$$

С учётом (19) получим:

$$\begin{aligned} \kappa(A) &= \frac{4}{A\pi} \frac{p_{max}}{Q_{max} - Q_{min}} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{4}{A\pi} \frac{p_{max}}{Q_{max} - Q_{min}} \cos(\omega t) \Big|_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} = \\ &= \frac{4}{A\pi} \frac{p_{max}}{Q_{max} - Q_{min}} (\cos \alpha_{max} - \cos \alpha_{min}); \\ \kappa'(A) &= \frac{4}{A\pi} \frac{p_{max}}{Q_{max} - Q_{min}} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \cos(\omega t) d(\omega t) = \frac{4}{A\pi} \frac{p_{max}}{Q_{max} - Q_{min}} \sin(\omega t) \Big|_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} = \\ &= \frac{4}{A\pi} \frac{p_{max}}{Q_{max} - Q_{min}} (\sin \alpha_{max} - \sin \alpha_{min}) \end{aligned} \quad (21)$$

Найдём значения  $\sin$  и  $\cos$  от пределов интегрирования  $\alpha_{min}$  и  $\alpha_{max}$ :

$$\begin{aligned}
 x &= A \sin \alpha_{\min} = Q_{\min}, \quad \sin \alpha_{\min} = \frac{Q_{\min}}{A}; \\
 \cos \alpha_{\min} &= \sqrt{1 - \frac{Q_{\min}^2}{A^2}}; \\
 x &= A \sin \alpha_{\max} = Q_{\max}, \quad \sin \alpha_{\max} = \frac{Q_{\max}}{A}; \\
 \cos \alpha_{\max} &= \sqrt{1 - \frac{Q_{\max}^2}{A^2}}.
 \end{aligned} \tag{22}$$

Таким образом, из (21) с учётом (22) получим:

$$\begin{aligned}
 \kappa(A) &= \frac{4}{A\pi} \frac{p_{\max}}{Q_{\max} - Q_{\min}} \left( \sqrt{1 - \frac{Q_{\min}^2}{A^2}} - \sqrt{1 - \frac{Q_{\max}^2}{A^2}} \right); \\
 \kappa'(A) &= \frac{4}{A\pi} \frac{p_{\max}}{Q_{\max} - Q_{\min}} \frac{Q_{\max} - Q_{\min}}{A} = \frac{4p_{\max}}{A^2\pi}.
 \end{aligned}$$

## Заключение

Авторами рассмотрена методика исследования существования автоколебательного режима и его параметров для систем с управлением. В качестве конкретной системы с управлением рассмотрен модуль активного управления трафиком RED. Предложено использовать метод гармонической линеаризации, позволяющий сохранить структуру автоколебаний при линеаризации модели. Для этого метода рассмотрено несколько вариантов критериев исследования как факта наличия автоколебаний, так и их параметров. Рассчитаны основные соотношения для этих критериев на основе алгоритма RED.

## Благодарности

Работа частично поддержана грантами РФФИ № 15-07-08795, 16-07-00556. Также публикация подготовлена при поддержке программы РУДН .5-100.

The work is partially supported by RFBR grants No's 15-07-08795 and 16-07-00556. Also the publication was prepared with the support of the "RUDN University Program 5-100".

## Литература

1. Floyd S., Jacobson V. Random Early Detection Gateways for Congestion Avoidance // IEEE/ACM Transactions on Networking. -- 1993. -- Vol. 1, no. 4. -- P. 397-413.
2. Jacobson V. Congestion Avoidance and Control // ACM SIGCOMM Computer Communication Review. -- 1988. -- Vol. 18, no. 4. -- P. 314-329. -- arXiv:1011.1669v3.
3. Kushwaha V., Gupta R. Congestion Control for High-Speed Wired Network: A Systematic Literature Review // Journal of Network and Computer Applications. -- 2014. -- Vol. 45. -- P. 62-78.
4. Adams R. Active Queue Management: A Survey // IEEE Communications Surveys & Tutorials. -- 2013. -- Vol. 15, no. 3. -- P. 1425-1476.
5. Королькова А. В., Кулябов Д. С., Черноиванов А. И. К вопросу о классификации алгоритмов RED // Вестник РУДН. Серия Математика. Информатика. Физика. — 2009. — № 3. — С. 34-46.
6. Jenkins A. Self-Oscillation // Physics Reports. -- 2013. -- apr. -- Vol. 525, no. 2. -- P. 167-222. -- 1109.6640.
7. Ren F., Lin C., Wei B. A Nonlinear Control Theoretic Analysis to TCP-RED System // Computer Networks. -- 2005. -- Vol. 49, no. 4. -- P. 580-592.
8. Lautenschlaeger W., Francini A. Global Synchronization Protection for Bandwidth Sharing TCP Flows in High-Speed Links // Proc. 16-th International Conference on High Performance Switching and Routing, IEEE HPSR 2015. -- Budapest, Hungary, 2015. -- 1602.05333.
9. Misra V., Gong W.-B., Towsley D. Stochastic Differential Equation Modeling and Analysis of TCP-Window Size Behavior // Proceedings of PERFORMANCE. -- 1999. -- Vol. 99.
10. Misra V., Gong W.-B., Towsley D. Fluid-Based Analysis of a Network of AQM Routers Supporting TCP Flows with an Application to RED // ACM SIGCOMM Computer Communication Review. -- 2000. -- oct. -- Vol. 30, no. 4. -- P. 151-160.
11. Hollot C. V. V., Misra V., Towsley D., Wei-Bo Gong. On Designing Improved Controllers for AQM Routers Supporting TCP Flows // Proceedings IEEE INFOCOM 2001. Conference on Computer Communications. Twentieth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Society (Cat. No.01CH37213). -- Vol. 3. -- IEEE, 2001. -- P. 1726- 1734.
12. Hollot C. V. V., Misra V., Towsley D. A Control Theoretic Analysis of RED // Proceedings IEEE INFOCOM 2001. Conference on Computer Communications. Twentieth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Society (Cat. No.01CH37213). -- Vol. 3. -- IEEE, 2001. -- P. 1510-1519.
13. Korolkova A. V., Kulyabov D. S., Sevastianov L. A. Combinatorial and Operator Approaches to RED Modeling // Mathematical Modelling and Geometry. -- 2015. -- Vol. 3, no. 3. -- P. 1-18.
14. Velieva T. R., Korolkova A. V., Kulyabov D. S. Designing Installations for Verification of the Model of Active Queue Management Discipline RED in the GNS3 // 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT). -- IEEE Computer Society, 2015. -- P. 570-577. -- 1504.02324.
15. Korolkova A. V., Velieva T. R., Abaev P. A., Sevastianov L. A., Kulyabov D. S. Hybrid Simulation Of Active Traffic Management // Proceedings 30th European Conference on Modelling and Simulation. -- 2016. -- jun. -- P. 685-691.
16. Brockett R. Stochastic Analysis for Fluid Queueing Systems // Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control (Cat.

- No.99CH36304). -- Vol. 3. -- IEEE, 1999. -- P. 3077–3082.
17. Nyquist H. Regeneration Theory // Bell System Technical Journal. -- 1932. -- Vol. 11, no. 1. -- P. 126–147.
  18. Сю Д. С., Мейер А. У. Современная теория автоматического управления и ее применение. — Москва: Машиностроение, 1972. — С. 552.
  19. Routh E. J. A Treatise on the Stability of a Given State of Motion: Particularly Steady Motion. -- Macmillan, 1877.
  20. Hurwitz A. Ueber die Bedingungen, unter welchen eine Gleichung nur Wurzeln mit negativen reellen Theilen besitzt //Mathematische Annalen. -- 1895. -- jun. -- Bd. 46, H. 2. -- S. 273–284.
  21. Гантмахер Ф. П. Теория матриц. — 5-е изд.—Москва: Физматлит, 2010.

## References

1. S. Floyd, V. Jacobson, Random Early Detection Gateways for Congestion Avoidance, IEEE/ACM Transactions on Networking 1 (4) (1993) 397–413. doi:10.1109/90.251892.
2. V. Jacobson, Congestion Avoidance and Control, ACM SIGCOMM Computer Communication Review 18 (4) (1988) 314–329. arXiv:arXiv:1011.1669v3, doi:10.1145/52325.52356.
3. V. Kushwaha, R. Gupta, Congestion Control for High-Speed Wired Network: A Systematic Literature Review, Journal of Network and Computer Applications 45 (2014) 62–78. doi:10.1016/j.jnca.2014.07.005.
4. R. Adams, Active Queue Management: A Survey, IEEE Communications Surveys & Tutorials 15 (3) (2013) 1425–1476. doi:10.1109/SURV.2012.082212.00018.
5. V. Korolkova, D. S. Kulyabov, A. I. Chernoiyanov, On the Classification of RED Algorithms, Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia. Series "Mathematics. Information Sciences. Physics" (3) (2009) 34–46.
6. Jenkins, Self-Oscillation, Physics Reports 525 (2) (2013) 167–222. arXiv:1109.6640, doi:10.1016/j.physrep.2012.10.007.
7. F. Ren, C. Lin, B. Wei, A Nonlinear Control Theoretic Analysis to TCP-RED System, Computer Networks 49 (4) (2005), 580–592. doi:10.1016/j.comnet.2005.01.016.
8. W. Lautenschlaeger, A. Francini, Global Synchronization Protection for Bandwidth Sharing TCP Flows in High-Speed Links, in: Proc. 16-th International Conference on High Performance Switching and Routing, IEEE HPSR 2015, Budapest, Hungary, 2015. arXiv:1602.05333.
9. V. Misra, W.-B. Gong, D. Towsley, Stochastic Differential Equation Modeling and Analysis of TCP-Window Size Behavior, Proceedings of PERFORMANCE 99.
10. V. Misra, W.-B. Gong, D. Towsley, Fluid-Based Analysis of a Network of AQM Routers Supporting TCP Flows with an Application to RED, ACM SIGCOMM Computer Communication Review 30 (4) (2000) 151–160. doi:10.1145/347057.347421.
11. V. V. Hollot, V. Misra, D. Towsley, Wei-Bo Gong, On Designing Improved Controllers for AQM Routers Supporting TCP Flows, in: Proceedings IEEE INFOCOM 2001. Conference on Computer Communications. Twentieth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Society (Cat. No.01CH37213), Vol. 3, IEEE, 2001, pp. 1726–1734. doi:10.1109/INFCOM.2001.916670.
12. V. V. Hollot, V. Misra, D. Towsley, A Control Theoretic Analysis of RED, in: Proceedings IEEE INFOCOM 2001. Conference on Computer Communications. Twentieth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Society (Cat. No.01CH37213), Vol. 3, IEEE, 2001, pp. 1510–1519. doi:10.1109/INFCOM.2001.916647.
13. V. Korolkova, D. S. Kulyabov, L. A. Sevastianov, Combinatorial and Operator Approaches to RED Modeling, Mathematical Modelling and Geometry 3 (3) (2015) 1–18.
14. T. R. Velieva, A. V. Korolkova, D. S. Kulyabov, Designing Installations for Verification of the Model of Active Queue Management Discipline RED in the GNS3, in: 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT), IEEE Computer Society, 2015, pp. 570–577. arXiv:1504.02324, doi:10.1109/ICUMT.2014.7002164.
15. V. Korolkova, T. R. Velieva, P. A. Abaev, L. A. Sevastianov, D. S. Kulyabov, Hybrid Simulation Of Active Traffic Management, Proceedings 30th European Conference on Modelling and Simulation (2016) 685–691doi:10.7148/2016-0685.
16. R. Brockett, Stochastic Analysis for Fluid Queueing Systems, in: Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.99CH36304), Vol. 3, IEEE, 1999, pp. 3077–3082. doi:10.1109/CDC.1999.831407.
17. H. Nyquist, Regeneration Theory, Bell System Technical Journal 11 (1) (1932) 126–147. doi:10.1002/j.1538-7305.1932.tb02344.x.
18. J. Hsu, A. Meyer, Modern Control Principles and Applications, McGraw-Hill, 1968.
19. J. Routh, A Treatise on the Stability of a Given State of Motion: Particularly Steady Motion, Macmillan, 1877.
20. Hurwitz, Ueber die Bedingungen, unter welchen eine Gleichung nur Wurzeln mit negativen reellen Theilen besitzt, Mathematische Annalen 46 (2) (1895) 273–284. doi:10.1007/BF01446812.
21. R. Gantmacher, The theory of matrices, Chelsea Pub. Co., 1959.

### Об авторах:

**Велиева Татьяна Рефатовна**, аспирант, ассистент кафедры прикладной информатики и теории вероятностей, Российский университет дружбы народов, [velieva\\_tr@rudn.university](mailto:velieva_tr@rudn.university)

**Зарядов Иван Сергеевич**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной информатики и теории вероятностей, Российский университет дружбы народов; Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН, [zaryadov\\_is@rudn.university](mailto:zaryadov_is@rudn.university)

**Королькова Анна Владиславовна**, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры прикладной информатики и теории вероятностей, Российский университет дружбы народов, [korolkova\\_av@rudn.university](mailto:korolkova_av@rudn.university)

**Кулябов Дмитрий Сергеевич**, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры прикладной информатики и теории вероятностей, Российский университет дружбы народов; сотрудник Лаборатории информационных технологий, Объединенный институт ядерных исследований, [kulyabov\\_ds@rudn.university](mailto:kulyabov_ds@rudn.university)

### Note on the authors:

**Velieva Tatiana R.**, graduate student, assistant of Department of Applied Probability and Informatics, Peoples'

Friendship University of Russia, [velieva\\_tr@rudn.university](mailto:velieva_tr@rudn.university)

**Zaryadov Ivan S.**, candidate of physics and mathematics, associate professor of Department of Applied Probability and Informatics, Peoples' Friendship University of Russia; Federal Research Center Computer Science and Control of the Russian Academy of Sciences, [zaryadov\\_is@rudn.university](mailto:zaryadov_is@rudn.university)

**Korolkova Anna V.**, candidate of physics and mathematics, associate professor of Department of Applied Probability and Informatics, Peoples' Friendship University of Russia, [korolkova\\_av@rudn.university](mailto:korolkova_av@rudn.university)

**Kulyabov Dmitry S.**, candidate of physics and mathematics, associate professor of Department of Applied Probability and Informatics, Peoples' Friendship University of Russia; Employee of the Laboratory of Information Technologies; Joint Institute for Nuclear Research, [kulyabov\\_ds@rudn.university](mailto:kulyabov_ds@rudn.university)