

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Россия² Московский технологический университет (МИРЭА), г. Москва, Россия**ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЯХ: ПЕРКОЛЯЦИЯ И СТОХАСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА*****Аннотация**

В работе описана разработанная авторами стохастическая модель динамики изменения настроений в социальных структурах (состояний узлов в сети, имеющей случайные связи между узлами). Результаты анализа стохастической модели могут быть связаны с полученными ранее авторами результатами описания процессов в социальных структурах с помощью теории перколяции (зависимости порогов перколяции или доли узлов сети, при которой настроения или взгляды определенного типа могут свободно распространяться по всей сети от плотности связей). Особенностью процесса достижения порога перколяции в стохастической динамике является наличие протяженного во времени плато, величина которого (в единицах вероятности) зависит от начальной величины нелояльно настроенных граждан.

Модель показывает возможность роста вероятности перехода порога перколяции практически сразу после начала процесса распространения информации в сети, что связано с наличием памяти о предыдущих состояниях системы, и возможности описания самоорганизации системы вследствие учета в уравнении дифференциальной модели производных второго порядка. Второй особенностью предлагаемой модели является возможность нескольких скачкообразных изменений вероятности перехода через порог перколяции.

Предлагаемая модель позволяет, используя значения величин порогов перколяции сетей, создать алгоритм мониторинга состояния общества и прогнозировать время реализации негативных ситуаций.

Ключевые слова

Стохастическая динамика; состояния социальной сети; самоорганизация; полуслучайные процессы с памятью; алгоритмы мониторинга состояний сети.

Khvatova T.Yu.¹, Zaltsman A.D.², Zhukov D.O.²¹ Peter the Great Saint-Petersburg Polytechnic University, Saint-Petersburg, Russia² Moscow Technological University (MIREA), Moscow, Russia**INFORMATION PROCESSES IN SOCIAL NETWORKS: PERCOLATION AND STOCHASTIC DYNAMICS****Abstract**

This work describes the stochastic model of moods change dynamics in public social structures (conditions of randomly communicated network knots), developed by authors. Results of the stochastic model analysis can be connected with the results of the description of processes in social structures, received earlier by authors, by means of the percolation theory (dependence of percolation thresholds or a network knots share, at which moods or views of a certain type may freely extend on the whole network, upon communications density).

An important feature of percolation threshold attainment in stochastic dynamics is the presence of continuous plateau of a size (measured in probability units) that depends on initial amounts of

* Труды II Международной научной конференции «Конвергентные когнитивно-информационные технологии» (Convergent'2017), Москва, 24-26 ноября, 2017

Proceedings of the II International scientific conference "Convergent cognitive information technologies" (Convergent'2017), Moscow, Russia, November 24-26, 2017

disloyal citizens. The model displays a possibility of growth of percolation threshold transition probability immediately after information starts to spread in the network, which is connected with availability of system logs and also with capability to describe the system's self-organisation due to counting the differential model of second-order derivatives in the equation. The second feature of the proposed model is possibility of several intermittent changes in percolation threshold transition probability.

The proposed model allows us to create an algorithm either for monitoring the states of society or to predict implementation duration of negative scenarios, using values of networks' percolation threshold sizes.

Keywords

Stochastic dynamics; social network status; self-organisation; semi-random memory processes; network status monitoring algorithms.

Цель исследования

Построение алгоритма мониторинга состояния социальных сетей методом исследования стохастической динамики переходов между состояниями в этих структурах и анализа величин порогов перколяции данных сетей.

Введение

Актуальность проведения теоретических и практических исследований процессов стохастической динамики переходов между состояниями в сетях социальных связей и влияние на них перколяционных свойств этих структур обуславливается необходимостью разработки методик прогнозирования поведения людей в обществе, возникновения новых запросов и потребностей, а также предотвращению негативных настроений.

Особенно это становится важным в связи с появлением и развитием новых информационных технологий. В частности, события последнего времени показывают не возможность введения полного контроля за интернетом и социальными сетями. В частности, компания Space X анонсировала технологию дешевого спутникового доступа в интернет практически с любого мобильного устройства, обеспечивающую не контролируемую национальными правительствами передачу данных. Кроме того, необходимо учитывать и возможности использования так называемых ананимайзеров (обеспечивают анонимность выхода в интернет) и методов шифрования данных для затруднения обнаружения действий пользователей сетей.

При отсутствии запретительных возможностей противодействия распространению негативных настроений, единственно возможным способом является использование технологий информационного противодействия, для эффективной реализации которого необходимо понимание сути происходящих процессов, а также наличие адекватных моделей управления состояниями социальных сетевых структур.

Начиная от сетей знаний компаний и логистических цепочек поставки товаров до процессов передачи информации и поведения пользователей в социальных сетях, сетевые структуры играют огромную роль в социальных и экономических отношениях. При моделировании процессов в сетевых структурах, как правило, необходимо ответить на три вопроса. Во-первых, как сеть работает в целом. Во-вторых, какие внутренние структуры в ней имеются (разделение (или кластеризация) на подсети или блоки). В-третьих, какова динамика этих процессов во времени.

Исследования процессов распространения информации и кластеризации узлов (кластер – группа связанных между собой узлов, выделенных по определенным свойствам или типам) в сетях социальных связей, имеющих случайную топологию, является очень важной и актуальной задачей для экономики, рекламы, маркетинга, социологии, политологии и т.д.

Сеть социальных связей можно определить как совокупность информационных каналов каждого человека, связывающих его с другими членами сообщества, а также средств массовой информации (то есть не только взаимодействие между членами определенной группы в социальной сети). Иными словами, сеть социальных связей является социальной сетью, помещенной в информационную среду (средства массовой информации, книги, газеты, журналы и т.д.).

Средства массовой информации (радио, телевидение, интернет ресурсы, социальные сети и т.д.) а также книги, газеты, журналы оказывают существенное влияние на состояние отдельных узлов социальной сети (выбор предпочтений и поведенческие реакции людей), которое может меняться с течением времени, как за счет информационной среды, так и взаимодействия пользователей между собой.

Информационная среда является в значительной степени объектом прямого управления и

манипуляции (воздействия пропаганды), через которое можно изменять состояние отдельных узлов. В связи с этим возникает ряд вопросов. Во-первых, как может происходить изменение в сети доли узлов, находящихся в том или ином состоянии. Во-вторых, как эти узлы связываются между собой в подгруппы (кластеризация сети). В-третьих, как динамика информационных процессов зависит от всей сети в целом для различных состояний узлов.

Узлами социальной сети являются отдельные люди, а ребрами – коммуникативные связи, число которых может иметь произвольное значение.

Наиболее часто для проведения исследований операций и процессов в сетевых социальных структурах сегодня очень часто используются готовые средства анализа, например, инструменты социального сетевого анализа (SNA – social network analysis), позволяющие получить количественные характеристики параметров графа сети, таких как "центральность", "промежуточность", "плотность" (среднее число связей приходящиеся на один узел сети). Центральность характеризует степень влияния данного узла на всю сеть. Промежуточность характеризует степень включенности объекта в маршруты связей между другими участниками сети. Промежуточность показывает, насколько часто данный узел встречается на кратчайших путях между другими узлами.

Использование готовых инструментов имеет как свои преимущества, так и ряд недостатков. К преимуществам можно отнести то, что готовые инструменты социального сетевого анализа позволяют сравнивать между собой по количественным характеристикам однотипные сети. Основные недостатки заключаются в том, что они не позволяют создавать новые, более информативные модели и время анализа больших структур может быть очень большим. Например, для реальных сетей, состоящих из миллионов узлов (пользователей) время поиска промежуточных и центральных узлов может достигать нескольких часов, что является неприемлемым для оперативного анализа.

Обзор исследований

Имеется огромное число работ по моделированию и анализу процессов в социальных сетевых структурах, описание которых является темой отдельного исследования. Поэтому кратко остановимся только на некоторых работах, наиболее близко соприкасающихся с тематикой представленной статьи.

В ряде случаев для описания процессов в социальных сетях применяются стохастические подходы, учитывающие зависимости от времени. Например, в работе [1] рассматривается модель смешанного членства в стохастически формирующихся группах. Данная модель основывается на рассмотрении попарных измерений, таких как присутствие или отсутствие связей между парой объектов. Анализ вероятностных изменений между парами объектов требуют специальных предположений, например, независимости или предположения непостоянства данной связи (смешанного членства в стохастически формирующихся группах). Данная модель позволяет при определенных допущениях отследить динамику изменения численности членов в формирующихся группах и кластеризацию членов по группам.

В модели со развития выбора и влияния в социальных сетях [2] рассматривается модель в которой число узлов и топология сети (структура связей), может измениться со временем. Недостатком данной модели является то, что она явно рассматривает связи между всеми пары узлов, приводящих к квадратичной сложности при расчетах изменения численности членов в различных группах и существенному увеличению времени вычислений. Однако реальные сети являются разреженными (большинство участников не имеют парных связей, а число их связей само по себе является случайным). Введение разреженности в модель [2], а также учет случайного характера числа связей для каждого узла сети могло бы значительно увеличить эффективность данной модели.

Стохастическая динамика переходов между состояниями пользователей в социальных сетях на основе рассмотрения полуслучайных процессов при наличии памяти о предыдущих состояниях и самоорганизации рассматривалась в работе [3].

В работе [4] проводится анализ больших многомодальных социальных сетей. Суть разработанного в [4] подхода заключается в том, что интерактивные социальные сети часто одновременно включают многократные отношения, люди могут построить социальную сеть, добавляя друг друга как друзей, они также могут сформировать несколько неявные социальные сети (многомодальность). Авторы [4] используют методику анализа структуры развивающегося во времени, имеющего многомодальность графа социальной сети. Применение данного подхода к реальным структурам показало, что существует временная онлайн регулярность в социальных взаимодействиях людей. Кроме того, были обнаружены корреляции между возникновением дружбы между участниками и параметрами настройки интерактивной социальной сети.

В работе [5] для выделения групп сообществ (кластеризации) и выделения коммуникационных связей в больших и малых сетях был предложен эвристический метод, основанный на блочной оптимизации. Используемый авторами [5] метод позволяет быстро находить блоки в больших сетях (кластеры узлов) и определять их полную иерархическую структуру, предоставляя доступ к различным слоям выделения

сообществ (кластеризации сети на подгруппы пользователей по интересам или заданным параметрам). Этот метод был использован при отождествлении языкового сообщества в бельгийской сети мобильной телефонной связи (2,6 млн. абонентов) по анализу веб-графа из 118 миллионов узлов и более чем одному миллиарду ссылок. При реализации предлагаемого метода в работе [5] были использованы несколько типов алгоритмов обнаружения сообществ (выделенных кластеров): алгоритм обнаружения межобщинных ссылок и удаление их из сети [6 – 8]; рекурсивный алгоритм слияния аналогичных узлов сообществ (выделенных кластеров) [9]; методы оптимизации, основанные на максимизации целевой функции [10 – 12]. Качество разбиений в результате этих методов измерялось с помощью, так называемой модульности (блочности) разделения. Модульность разделения измеряет плотность связей внутри сообществ по сравнению со связями между узлами различных сообществ [6,13]. В отличие от других методов обнаружения сообществ (или кластеров), предложенный метод сталкивается лишь с ограничением объема памяти, а не ограниченным временем вычисления. К примеру, время расчета: нахождение сообществ в сети из 118 миллионов узлов составило 152 минуты [14].

В работе [15] предлагается методика анализа структур банковских рыночных сетей штата Иллинойс, США. Авторы этой работы вводят понятие групповой (или как они её называют “кликерной”) перколяции, которая позволяет выделить внутри банковской сети группы связанных между собой прямыми связями пользователей с привязкой к их географическим данным. Авторы применяют алгоритм CPM (Clique Percolation Method) (групповой (кликерной) перколяции) и выделяют в сетях группы членства (кластеры) по 3 и 4 пользователя. Под перколяцией в данной работе подразумевается взаимное пересечение отдельных участников в различных группах (по сути, речь идет о выделении в сетях кластеров и возникновение между ними кросс-связей через отдельных пользователей). Привязка по географическим данным и пересечение групп через отдельных членов позволяет авторам [15] предложить методику оптимизации сетевой структуры для работы с клиентами.

В работе [16] были изучены статистические свойства реальных социальных сетей работников домохозяйств и их мера фрагментации после удаления некоторых долей узлов или ссылок из сети. Мера фрагментации (обозначенная в работе F) определялась как отношение числа пар узлов, не подключенных (удаленных) в раздробленной сети, к общему числу пар узлов в исходной полностью подключенной (связанной) сети. Авторами были использованы как аналитические, так и численные методы для исследования безмасштабных (SF) и случайных Эрдос-Реньи (ER) сетей в рамках различных стратегий удаления узла: стратегия (RR), которая удаляет узлы, выбранные случайным образом и стратегия (HDR), которая удаляет узлы с высокой степенью “центральности” с целью скорейшей кластеризации сети. Авторы считают, что для работы сети, полученной после удаления доли узлов выше порога перколяции ($P_{infinity}$) можно использовать зависимость $P_{infinity} = \sqrt{1 - F}$. Вблизи порога перколяции, авторы [16] показывают, что $P_{infinity} = 1 - F$ лучше отражает фактическую фрагментацию сети.

Стохастическая динамика изменения состояний пользователей в социальных сетевых структурах была рассмотрена в работе [17].

Кластеризация сетей и достижение порога перколяции в зависимости от их плотности рассматривалось в работах [18,19].

В работе [20] рассматривается взаимосвязь перколяционного перехода и выживаемости узлов в сложной сети с 3 миллионами связей построенная вокруг примерно 300 тысяч фирм (узлы). Характерная особенность этих реальных сетей заключается в том, что они являются масштабируемыми и степень их масштабируемости асимптотически следует степенному закону. Эта функция подразумевает, что каждая из таких сетей состоит из нескольких крупных центральных узлов с тысячами связей, множеством промежуточных узлов, и ещё большим числом очень мелких узлов с несколькими связями [21]. Масштабируемые сети кластеризуются на отдельные блоки при достаточно высокой плотности связей, если узлы удаляются в порядке убывания степени центральности [22]. При случайном удалении узлов и связей, масштабируемые сети плохо кластеризуются, даже при очень низкой плотности узлов, и перколяционный переходы не отмечаются. В данном исследовании [22] с помощью точного численного расчета доказано существование перколяционного перехода в сложных сетях при случайном удалении узлов, когда плотность сети очень низкая, но не нулевая. Авторами рассматриваются структурные изменения сетей при удалении узлов, перколяционный переход в случайном графе Эрдеша – Реньи и предлагается ввести понятия индекса надежности узлов в сети.

В работе [23] изучаются перколяционные переходы и кластеризация на блоки в четырех реальных социальных сетях: два интернет сообщества, состоящие из 10 и 100 миллионов человек, 10 миллионов пользователей сайта музыкального сообщества и 5 миллионов пользователей сообщества игроков. Исследования показали, что во всех случаях значение коэффициента кластеризации оказывается на два порядка больше, чем у случайного графа. Средняя длина пути (минимальное среднее число связей между двумя произвольно выбранными узлами социальной сети, иногда называется “кратчайшее число рукопожатий”) в исследованных структурах очень мала и сравнима с аналогичным параметром в

случайном графе. Высокое значение коэффициента кластеризации и короткий средний путь являются характерными особенностями социальных сетей [24], несмотря на различный состав сетей, они имеют похожую структуру и похожее поведение, причем внутренняя структура сети имеет гораздо более сильное влияние на явления перколяции (например, значение критических показателей), чем степень масштабируемости.

Модель стохастической динамики переходов между состояниями в сетях социальных связей и её связь с перколяционным переходом между состояниями

Построение вероятностных схем переходов между состояниями

В разрабатываемом нами подходе мы предлагаем описать общество, как систему, состояния которой в любой момент времени могут быть описаны некими параметрами (например, доля людей, негативно настроенных по отношению к правящей партии от общего числа граждан страны; или, например, имеющих экстремистские взгляды и т.д.), принимающими непрерывные случайные значения с недетерминированным законом распределения.

Все множество состояний будем обозначать X . Состояние, наблюдаемое в момент времени t можно обозначить, как x_i ($x_i \in X$). Наблюдаемое состояние определяется экономическими и политическими процессами, протекающими в обществе. Кроме того, введем интервал времени τ_0 , за который возможно изменение состояния x_i . В данном случае любое значение текущего времени $t=h\tau_0$, где h – номер шага перехода между состояниями (процесс перехода между состояниями становится квазинепрерывным с бесконечно малым временным интервалом τ_0), $h=0,1,2,3, \dots, N$. Текущее состояние x_i на шаге h , после перехода на шаге $h+1$ может за счет случайно возникающих факторов увеличиваться на некоторую величину ε , или уменьшаться на величину ξ , и соответственно оказаться равным $x_i+\varepsilon$, или $x_i-\xi$. Величины ε и ξ принадлежат области определения x_i и являются параметрами моделируемых процессов. Кроме того, на $x_i+\varepsilon$, и $x_i-\xi$ необходимо наложить ограничения: $x_i+\varepsilon \leq L_1$ (L_1 – верхняя граница множества X) и $x_i-\xi \geq L_2$ (L_2 – нижняя граница множества X). В самом простом случае ε и ξ являются некоторыми постоянными величинами для любого шага h и могут зависеть от действия средств массовой информации.

Введем понятие вероятности нахождения системы в том или ином состоянии. Пусть, после некоторого числа шагов h про описываемую систему можно сказать, что:

- $P(x-\varepsilon, h)$ – вероятность того, что она находится в состоянии $(x-\varepsilon)$;
- $P(x, h)$ – вероятность того, что она находится в состоянии x ;
- $P(x+\xi, h)$ – вероятность того, что она находится в состоянии $(x+\xi)$.

После каждого шага, состояние x_i (далее индекс i для краткости можно опустить), может изменяться на величину ε или ξ .

Вероятность $P(x, h+1)$ – того, что на следующем $(h+1)$ шаге система (или процесс) окажется в состоянии x будет равна (см. рис. 1):

$$P(x, h+1) = P(x-\varepsilon, h) + P(x+\xi, h) - P(x, h) \quad (1)$$

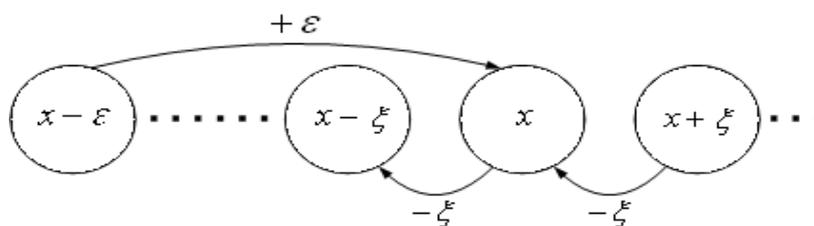


Рис. 1. Схема возможных переходов между состояниями системы (или процесса) на $h+1$ шаге

Поясним выражение (1) и представленную на рисунке 1 схему. Вероятность переход в состояние x на шаге h $P(x, h+1)$ определяется суммой вероятностей переходов в это состояние из состояний $(x-\varepsilon)$ – $P(x-\varepsilon, h)$ и $(x+\xi)$ – $P(x+\xi, h)$ в которых находилась система на шаге h за вычетом вероятности перехода ($P(x, h)$) системы из состояния x (в котором она находилась на шаге h) в любое другое состояние на $h+1$ шаге. В данном случае будем считать, что сами переходы осуществляются с вероятностью равной 1.

В реальности в системе, которой является общество, всегда остается память о предыдущем устройстве (состоянии). Следовательно, предлагаемая модель должна это учитывать. Для этого определим вероятности $P(x-\varepsilon, h)$, $P(x+\xi, h)$ и $P(x, h)$ через состояния на $h-1$ шаге. Аналогично схеме, представленной на рисунке 1, можно составить схемы соответствующих переходов и записать:

Учитывая, что ε и ξ являются некоторыми постоянными величинами для любого шага h запишем:

$$P(x-\varepsilon, h) = P(x-2\varepsilon, h-1) + P(x-\varepsilon+\xi, h-1) - P(x-\varepsilon, h-1) \quad (2)$$

$$P(x+\xi,h)=P(x+\xi-\varepsilon,h-1)+P(x+2\xi,h-1)-P(x+\xi,h-1) \quad (3)$$

$$P(x,h)=P(x-\varepsilon,h-1)+P(x+\xi,h-1)-P(x,h-1) \quad (4)$$

Подставив (2), (3) и (4) в уравнение (1) получим:

$$P(x,h+1)=\{P(x-2\varepsilon,h-1)+P(x-\varepsilon+\xi,h-1)-P(x-\varepsilon,h-1)\}+ \\ +\{P(x+\xi-\varepsilon,h-1)+P(x+2\xi,h-1)-P(x+\xi,h-1)\}-P(x-\varepsilon,h-1)-P(x+\xi,h-1)+P(x,h-1) \quad (5)$$

Заметим, что в левой части уравнения (5) мы имеем число шагов $(h+1)$, а в правой $(h-1)$. Для того, чтобы не проводить разложение правой части уравнения (5) в ряд Тейлора в окрестности числа шагов h (или по времени), а только в окрестности точки x , преобразуем (5) к виду:

$$P(x,h+2)=\{P(x-2\varepsilon,h)+P(x-\varepsilon+\xi,h)-P(x-\varepsilon,h)\}+\{P(x+\xi-\varepsilon,h)+P(x+2\xi,h)-P(x+\xi,h)\}- \\ -P(x-\varepsilon,h)-P(x+\xi,h-1)+P(x,h) \quad (6)$$

Далее учитывая, что $t=h\cdot\tau_0$, где t – время процесса, h – номер шага, τ_0 – длительность одного шага перейдем от h к t , проведем соответствующие разложения в ряд Тейлора и ограничиваясь только вторыми производными запишем:

$$\frac{dP(x,t)}{dt} = a \frac{d^2P(x,t)}{dx^2} - b \frac{dP(x,t)}{dx} - c \frac{d^2P(x,t)}{dt^2} \quad (7)$$

где: $a = \frac{\varepsilon^2 - \varepsilon\xi + \xi^2}{\tau_0}$; $b = \frac{\varepsilon - \xi}{\tau_0}$; $c = \tau_0$

Член уравнения вида $\frac{dP(x,t)}{dx}$ – описывает упорядоченный переход либо в состояние, когда оно увеличивается ($\varepsilon > \xi$), либо, когда оно уменьшается ($\varepsilon < \xi$); член уравнения вида $\frac{d^2P(x,t)}{dx^2}$ – описывает случайное изменение состояния (*неопределенность изменения*). Член уравнения вида $\frac{dP(x,t)}{dt}$ – можно определить, как скорость общего изменения состояния системы с течением времени; член уравнения вида $\frac{d^2P(x,t)}{dt^2}$ – описывает процесс, при котором состояния сами становятся источниками возникновения других состояний (*самоорганизация* и ускорение как упорядоченных ($\frac{dP(x,t)}{dx}$) и случайных ($\frac{d^2P(x,t)}{dx^2}$) переходов).

С точки зрения области применимости модели в уравнениях (7) и (8) необходимо учесть ограничение, накладываемое на коэффициент $a=(\varepsilon^2-\varepsilon\xi+\xi^2)/\tau_0$ перед второй производной по x , которая учитывает возможность случайного изменения состояния. Должно выполняться условие $(\varepsilon^2-\varepsilon\xi+\xi^2)\geq(l-x_0)^2$, смысл которого заключается в том, что переход из начального состояния x_0 через порог перколяции не может произойти быстрее, чем за время одного шага τ_0 . Если $(\varepsilon^2-\varepsilon\xi+\xi^2)<(l-x_0)^2$, то система переходит через порог перколяции за один шаг.

Формулировка и решение краевой задачи

Долю людей, имеющих определенные взгляды, при которой они могут беспрепятственно распределяться в обществе можно назвать порогом перколяции данной сети социальных связей. Узлами социальной сети являются отдельные люди, а ребрами – коммуникативные связи, число которых может иметь произвольное значение. В такой сети, распространение информации может происходить одновременно множеством путей через различные узлы.

Считая функцию $P(x,t)$ непрерывной, можно перейти от вероятности $P(x,t)$ (уравнение (7)) к плотности вероятности $\rho(x,t)=dP(x,t)/dx$ и сформулировать граничную задачу, решение которой и будет описывать процесс перехода между состояниями

$$\frac{d\rho(x,t)}{dt} = a \frac{d^2\rho(x,t)}{dx^2} - b \frac{d\rho(x,t)}{dx} - c \frac{d^2\rho(x,t)}{dt^2}. \quad (8)$$

Предположим, что необходимо контролировать в обществе долю лояльно настроенных граждан, чтобы она не опускалась ниже определенного значения (или чтобы доля отрицательно настроенных людей не превышала порог перколяции, т.е. некоторой величины беспрепятственного распространения негативных взглядов [18,19], величина доли оппозиционеров должна находиться на отрезке от 0 до величины порога перколяции для данной сети социальных связей (обозначим её Γ)). При неблагоприятной экономической ситуации в стране (или обществе) доля негативно настроенных граждан будет увеличиваться за счет того, что величина ε больше величины ξ на каждом шаге процесса. В конечном счете, состояние x окажется вблизи порога перколяции. Стохастическая динамика, согласно нашей модели, описывается изменением состояния общества за счет параметров ε и ξ , величины которых определяются общей экономической ситуацией.

Первое граничное условие. Первое граничное условие выберем исходя из следующих соображений: состояние $x=0$ определяет полное отсутствие негативных взглядов (доля оппозиционеров равна 0). Сама вероятность обнаружить такое состояние может быть отлична от 0, однако плотность вероятности, определяющую поток в состоянии $x=0$, необходимо положить равной 0 (состояния системы не могут выходить в область отрицательных значений (реализуется условие отражения)), т.е.:

$$\rho(x, t)_{x=0} = 0 \quad (a)$$

Второе граничное условие. Рассмотрим состояние общества с максимально возможной долей негативно настроенных индивидуумов $x=L$ (в предельном случае $L=1$ саму L назовем максимально возможным значением доли граждан в обществе с теми или иными настроениями, L не может быть больше 1). Сама вероятность обнаружить такое состояние будет отлична от 0. Однако плотность вероятности, определяющая поток в состоянии $x=L$ необходимо положить равной 0 (состояния системы не могут выходить в область значений больше чем максимально возможная доля (реализуется условие отражения)), т.е.:

$$\rho(x, t)_{x=L} = 0. \quad (b)$$

Поскольку в момент времени $t=0$ состояние системы уже может быть равно некоторому значению x_0 , то начальное условие зададим в виде:

$$\rho(x, t = 0) = \delta(x - x_0) = \begin{cases} 1, & x = x_0, \\ 0, & x \neq x_0. \end{cases}$$

Так как начальное условие содержит дельта функцию, то решение для $\rho(x, t)$ разбивается на две области при $x > x_0$ и при $x < x_0$. Поскольку исходное дифференциальное уравнение содержит вторую производную по времени, то необходимо второе начальное условие. Оно является не столь очевидным, как первое, но в данном случае можно использовать непрерывность функции для любого момента времени. Наличие δ - функции приводит к тому, что решение, оставаясь непрерывным в точке $x=x_0$, испытывает в ней разрыв производной. При решении задачи с помощью методов операционного исчисления возникает необходимость вычисления интеграла $\left. \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \int_{x_0-0}^{x_0+0} G(x, p) dx \right\} \right|_{t=0}$, где $G(x, p)$ - изображение $\rho(x, t)$. Поскольку изображение, также как и оригинал, являются непрерывными, то данный интеграл равен 0, что позволяет не задавать начальное условие для $\left. \frac{\partial G(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0}$ в явном виде.

Используя методы операционного исчисления для плотности вероятности $\rho_1(x, t)$ и $\rho_2(x, t)$ обнаружения состояния системы в одном из значений на отрезке от 0 до L можно получить следующую систему уравнений:

При $x \geq x_0$

$$\rho_1(x, t) = -\frac{2}{L} e^{-\frac{t}{2\tau_0}} e^{k(x-x_0)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\frac{\pi n x_0}{L}) \sin(\frac{\pi n (L-x)}{L})}{\cos(\pi n)} \operatorname{ch} \left(\frac{t}{\tau_0} \sqrt{\frac{k\varepsilon\xi}{2(\varepsilon-\xi)} - \frac{\pi^2 n^2 (\varepsilon-\xi)}{2kL^2}} \right).$$

При $x < x_0$

$$\rho_2(x, t) = -\frac{2}{L} e^{-\frac{t}{2\tau_0}} e^{k(x-x_0)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\frac{\pi n (L-x_0)}{L}) \sin(\frac{\pi n x}{L})}{\cos(\pi n)} \operatorname{ch} \left(\frac{t}{\tau_0} \sqrt{\frac{k\varepsilon\xi}{2(\varepsilon-\xi)} - \frac{\pi^2 n^2 (\varepsilon-\xi)}{2kL^2}} \right).$$

где $k = \frac{(\varepsilon-\xi)}{2(\varepsilon^2 - \varepsilon\xi + \xi^2)}$. Если вычислить интеграл $P(l, t)$:

$$P(l, t) = \int_0^{x_0} \rho_2(x, t) dx + \int_{x_0}^l \rho_1(x, t) dx, \quad (9)$$

то функция $P(l, t)$ будет задавать вероятность того, что состояние системы к моменту времени t будет находиться на отрезке от 0 до l , т.е. порог перколяции l не будет достигнут.

Соответственно, вероятность $Q_i(t)$ того, что порог перколяции l окажется к моменту времени t достигнутым или превзойденным, можно определить следующим образом:

$$Q(l, t) = 1 - P(l, t). \quad (10)$$

Анализ решения краевой задачи для динамики и самоорганизации социальных состояний в обществе, связь с порогом перколяции перехода между состояниями

Анализ социальных процессов показывает, что если общество находится в стабильном стационарном экономическом и политическом состоянии, то доля людей, придерживающихся диаметрально противоположных взглядов, является сравнительно не большой и составляет от 0,05 до 0,1 и это обеспечивает стабильность. Все остальные индивидуумы (можно назвать их нейтральными, или колеблющимися) составляют долю, примерно равную 0,9-0,8. Отметим, что в данном случае мы говорим именно о тех людях, которые придерживаются данной позиции по своим внутренним убеждениям.

Отметим, что при избытке пропаганды общественная поддержка (но на достаточно короткий период времени) может достигать очень высокой доли граждан до 0,85-0,95 (85-95%), после чего, при отсутствии экономической поддержки населения, наступает стремительный спад.

При анализе предлагаемой модели необходимо задать приемлемые величины значений порогов перколяции случайной сети, которые были определены нами ранее в работах [18,19,25]. Величины порогов перколяции зависят от плотности сети (среднего числа связей, приходящегося на один узел). Плотность связей социальной сети можно определить экспериментально, а затем используя зависимости

величины порогов перколяции от среднего числа связей, приходящегося на один узел [18,19,25] рассчитать допустимые пороги перколяции информации.

Для задачи блокирования узлов используем уравнение $y = 4,39z - 2,41$ где $z=1/x$ (x – плотность связей сети) y – натуральный логарифм величина порога перколяции (доля проводящих узлов при которой появляется проводимость). Возьмём $x=5$ и в задаче блокирования узлов $z=1/5=0,2$ получим $y=-1,532$ и величина порога перколяции будет равна 0,22. Для задачи разрывания связей необходимо использовать уравнение $y = -6,581z - 0,203$ где $z=1/x$ (x – плотность связей сети) y – натуральный логарифм доли разорванных связей, при которой исчезает проводимость всей сети в целом. В задаче блокирования (разрыва) связей при $x=5$ получаем величину доли разорванных связей, при которой исчезает проводимость всей сети в целом, равную 0,22. Соответственно появление проводимости сети будет происходить при доле проводящих связей равной 0,78. Расчеты порогов перколяции для нескольких примеров плотности связей в случайной сети представлены в таблице 1.

Таблица 1. Зависимости порогов перколяции от плотности сети в задачах узлов и связей

Тип задачи	Плотность сети (среднее число связей на один узел)	Величина порога перколяции (доля проводящих узлов или соответственно связей, при которой появляется проводимость сети в целом)
Задача связей	5	0,78
	10	0,58
	50	0,28
	100	0,24
Задача узлов	5	0,22
	10	0,14
	50	0,10
	100	0,09

Для моделирования процесса будем считать, что доля нелояльно настроенных граждан x_0 в стабильном стационарном экономическом и политическом состоянии не превышает 10% (см. рис. 2), величину t_0 примем равной одной условной единице времени ($t_0=1$), $\epsilon=0,02$ (2%) и $\xi=0,01$ (1%). Еще раз заметим, что при неблагоприятной экономической ситуации в стране (или обществе) доля негативно настроенных граждан будет увеличиваться за счет того, что величина ϵ больше величины ξ на каждом шаге процесса. Кроме того, величина ϵ и ξ может зависеть от действия средств массовой информации.

Кривая 1 на рисунке 2 построена для порога перколяции (в задаче блокирования узлов) равного 0,1; кривая 2 для величины порога перколяции (в задаче блокирования узлов) равной 0,2; кривая 3 для величины порога перколяции (в задаче разрыва связей) равной 0,3; кривая 4 для величины порога перколяции (в задаче разрыва связей) равной 0,4.

Результаты анализа модели, представленные на рисунке 2, показывают возможность самоорганизации системы, заключающейся в следующем. Величины изменения состояния x на одном шаге ϵ (увеличение x) и ξ (уменьшение x) являются сами по себе случайными. Простой арифметический подход говорит о том, что число шагов (обозначим его как q) за которое мог бы быть достигнут порог перколяции l , не может быть меньше чем $q=(l-x_0)/(\epsilon-\xi)$. Для порогов перколяции $l=0,1; 0,2; 0,3; 0,4$; начального состояния $x_0=0,05$, при $\epsilon=0,02$ и $\xi=0,01$ для q получим соответственно 5; 15; 25 и 35. Однако, как показывают результаты моделирования (см. рис. 2) вероятность перехода через порог перколяции отлична от нуля уже после первого шага, и растет с течением времени существенно быстрее, чем показывают простые арифметические расчеты, что объясняется самоорганизацией системы (не только ϵ и ξ определяют изменение состояния x , но и сами состояния x являются источником изменения) и учетом памяти в разработанной нами модели.

В разработанной нами модели речь идет о вероятности достижения и превышения порога перколяции распространения информации в общественной сети с определенным средним числом связей на один узел (плотностью сети). Порог перколяции существенным образом зависит от этого параметра. Ход кривых на рисунке 2, показывает возможность роста вероятности перехода порога перколяции практически сразу после начала процесса, это связано с наличием памяти о предыдущих состояниях системы в разработанной нами модели, и возможности описания самоорганизации системы вследствие учета в дифференциальной модели члена уравнения, имеющего вид $\frac{d^2P(x,t)}{dt^2}$.

Второй особенностью предлагаемой нами модели является возможность нескольких скачкообразных изменений вероятности перехода через порог перколяции, что хорошо согласуется с наблюдаемыми

процессами революций, когда после начала нарастания деструктивных настроений, через некоторое время может сначала наблюдаться равновесие (например, кривые 3 и 4 на рис. 2), а потом происходит стремительный переход через порог перколяции.

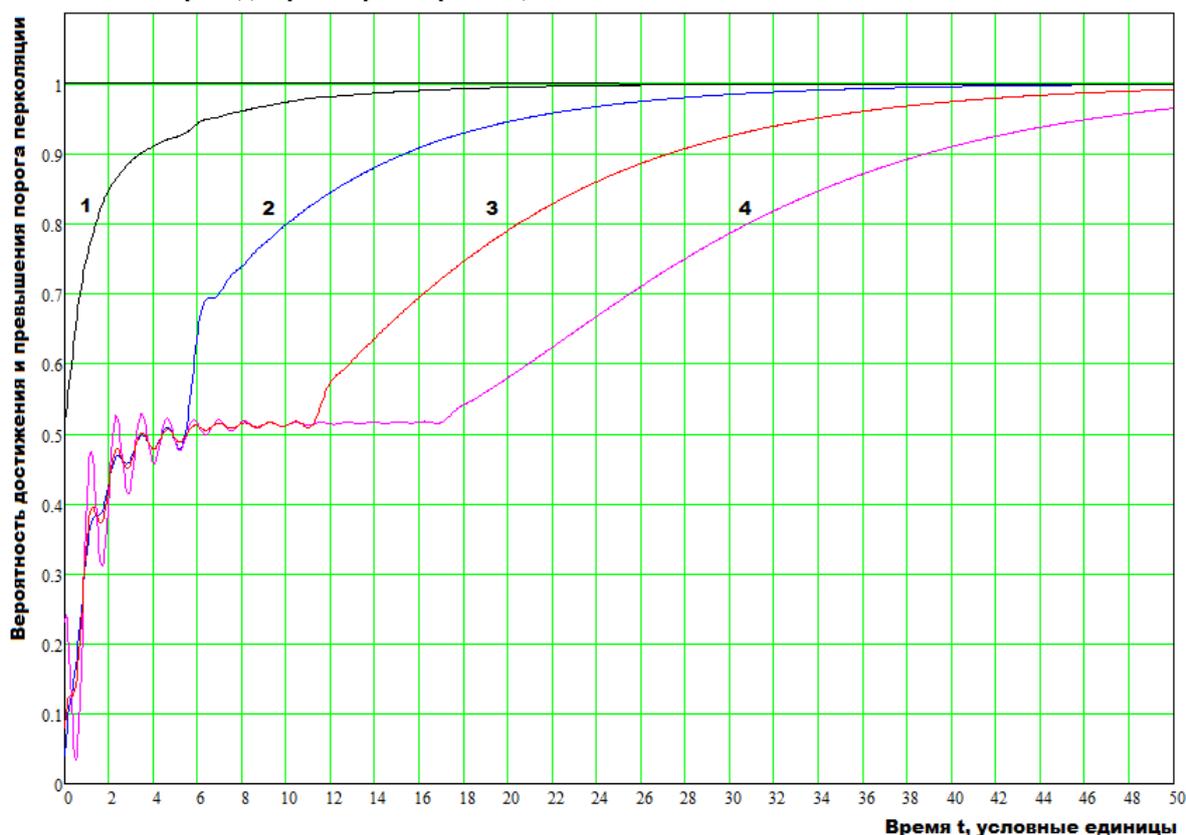


Рис. 2. Графическое представление результатов моделирования преодоления порогов перколяции негативных настроений в обществе (при величине начальной доли оппозиционно настроенных граждан равной 0,10 и возможности её уменьшения за принятую единицу времени на величину 0,01, а увеличения 0,02)

Следует отметить, что скачкообразный переход происходит в течение очень короткого времени без внешнего воздействия и определяется самоорганизацией системы. Необходимо отметить, что данное поведение социальной системы очень трудно определяется социологическими исследованиями. На практике такой переход, возможно, наблюдался в Великобритании, во время так называемого Brexit, когда накануне дня голосования практически все социологические опросы говорили о том, что англичане проголосуют за единство с Европой.

Третьей особенностью предлагаемой нами модели является наличие осцилляций в поведении величины достижения порога перколяции, что также очень хорошо согласуется с реальным поведением настроений в ходе революций, подготовке к референдумам и президентским выборам.

Построенная нами модель является более многогранной, чем все существующие модели и позволяет описывать с большей точностью, чем, например, модель Блэкмана, происходящие социодинамические процессы. В частности, при наличии социологических данных о среднем числе социальных связей одного человека в обществе может быть найдено значение порога перколяции перехода общества в негативное состояние [18,19], а затем с помощью предлагаемой модели стохастической динамики переходов состояний социальной системы может быть спрогнозировано время реализации негативной ситуации или предполагаемого сценария.

Полученные результаты

Разработанная нами модель позволяет создать практически реализуемый алгоритм мониторинга состояния общества, суть которого состоит в следующем:

1. Определяем с помощью инструментов социологического мониторинга среднее число связей, приходящихся на одного человека в данном обществе и долю негативно настроенных граждан в данный момент времени x_0 ($t=0$);
2. На основании данных о среднем числе связей рассчитываем порог перколяции данной общественной сети [18,19];

3. Спустя одну выбранную условную единицу времени ($\tau=1$, например, одна неделя) снова определяем долю негативно настроенных граждан в данный момент времени x_1 ($t=0+\tau$). Находим величину $\varepsilon = x_1 - x_0$, а величину ξ считаем равной 0. Если $\varepsilon < 0$, то считаем $\xi = x_1 - x_0$, а $\varepsilon = 0$;
4. Используя уравнение (10) по определённым в пунктах 1-3 значениям величин параметров x_0 , ε , ξ и порогу перколяции l моделируем поведение от условного времени вероятности перехода порога перколяции, и определяем допустимый лимит времени для изменения ситуации.

Заключение

1. Предлагаемая модель стохастической динамики переходов между состояниями в сетях социальных связей показывает возможность роста вероятности перехода порога перколяции практически сразу после начала процесса, что связано с учетом памяти о предыдущих состояниях системы и возможности описания самоорганизации вследствие учета в дифференциальной модели второй производной по времени. Предлагаемая модель показывает возможность скачкообразных изменений вероятности перехода через порог перколяции негативных настроений и учитывает наличие в её поведении осцилляционных явлений. Все это очень хорошо согласуется с реальным поведением настроений общества в ходе революций, подготовке к референдумам и президентским выборам;
2. Чем ближе начальная величина нелояльно настроенных граждан к порогу перколяции, тем быстрее вероятность его достижения приближается к 1. Рост вероятности перехода через порог перколяции имеет ступенчатый характер, а длина ступени во времени зависит от того насколько начальная величина нелояльно настроенных граждан близка к порогу перколяции. Скачкообразный переход происходит в течение очень короткого времени без внешнего воздействия и определяется самоорганизацией системы. Необходимо отметить, что данное поведение социальной системы очень трудно определяется социологическими исследованиями. На практике такой переход, возможно, наблюдался в Великобритании, во время так называемого Brexit, когда накануне дня голосования практически все социологические опросы говорили о том, что англичане проголосуют за единство с Европой;
3. Особенностью процесса достижения порога перколяции в стохастической динамике является наличие протяженного во времени плато, величина которого (в единицах вероятности) зависит от начальной величины нелояльно настроенных граждан;
4. При наличии социологических данных о среднем числе социальных связей одного человека в обществе может быть найдено значение порога перколяции перехода общества в негативное состояние, а затем с помощью предлагаемой модели стохастической динамики переходов состояний социальной системы может быть спрогнозировано время реализации негативной ситуации;
5. Предлагаемая модель стохастической динамики переходов состояний в социальных сетевых структурах позволяет, используя значения величин порогов перколяции данных сетей, создать алгоритм мониторинга состояния общества и прогнозировать время реализации негативных ситуаций.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 16-29-09458 офи_м «Разработка перколяционных топологических моделей описания виртуальных социальных систем, процессов кластеризации их участников по группам настроений, стохастической динамики распространения влияния и управления переходами».

This paper was supported by the Russian Foundation for Basic Research (RFBR), grant No. 16-29-09458.

Литература

1. E. M. Airoldi, D. M. Blei, S. E. Fienberg, and E. P. Xing. Mixed membership stochastic blockmodels. *J. Mach. Learn. Res.*, 9 (2008), pp.1981–2014.
2. Y.-S. Cho, G. V. Steeg, and A. Galstyan. Co-evolution of selection and influence in social networks. In W. Burgard and D. Roth, editors, *Proceedings of the Twenty-Fifth AAAI Conference on Artificial Intelligence, AAAI 2011, San Francisco, California, USA*. AAAI Press, 2011.
3. Dmitry Zhukov, Tatiana Khvatova, Anastasia Zaltzman. Stochastic Dynamics of Influence Expansion in Social Networks and Managing Users' Transitions from One State to Another. *Proceedings of the 11th European Conference on Information Systems Management, ECISM 2017, The University of Genoa, Italy, 14-15 September, 2017*, pp. 322-329.
4. Du, H. Wang, and C. Faloutsos. Analysis of large multi-modal social networks: patterns and a generator. In *Proceedings of the 2010 European Conference on Machine learning and knowledge discovery in databases: Part I, ECML PKDD'10*, pages 393–408, Berlin, Heidelberg, 2010. Springer-Verlag.
5. Vincent D. Blondel, Jean-Loup Guillaume, Renaud Lambiotte and Etienne Lefebvre. Fast unfolding of communities in large networks. // arXiv: 0803.0476v2 [physics.soc-ph] 25 Jul 2008.
6. Girvan M and Newman M E J, 2002 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 99 7821.
7. Newman M E J and Girvan M, 2004 *Phys. Rev. E* 69 026113.
8. Radicchi F, Castellano C, Cecconi F, Loreto V and Parisi D, 2004 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 101 2658.

9. Pons P and Latapy M, 2006 Journal of Graph Algorithms and Applications 10191.
10. Clauset A, Newman M E J and Moore C, 2004 Phys. Rev. E 70 066111.
11. Wu F and Huberman B A, 2004 Eur. Phys. J. B 38 331.
12. Newman M E J, 2006 Phys. Rev. E 74 036104.
13. Newman M E J, 2006 Proc. Natl. Acad. Sci. USA 103 8577.
14. All methods described here have been compiled and tested on the same machine: a biopteron 2.2 k with 24 GB of memory. The code is freely available for download on the webpage <http://findcommunities.googlepages.com>.
15. Bin Zhou. Applying the Clique Percolation Method to analyzing crossmarket branch banking network structure: the case of Illinois. Soc. Netw. Anal. Min. (2016) 6:11 DOI 10.1007/s13278-016-0318-0.
16. Yiping Chen, Gerald Paul, Reuven Cohen, Shlomo Yavlin, Stephen P. Borgatti, Fredric Liljeros, H. Eugene Stanley. Percolation theory and fragmentation measures in social networks. Physica A 378 (2007) 11–1912 doi:10.1016/j.physa.2006.11.074.
17. Dmitry Zhukov, Tatiana Khvatova, Anastasia Zaltzman. Stochastic Dynamics of Influence Expansion in Social Networks and Managing Users' Transitions from One State to Another. / Proceedings of the 11th European Conference on Information Systems Management, ECISM 2017, The University of Genoa, Italy, 14 -15 September, 2017, pp. 322-329.
18. T. Khvatova, M. Block, D. Zhukov, S. Lesko. How to measure trust: the percolation model applied to intra-organisational knowledge sharing network. Journal of Knowledge Management. 2016, Vol. 20, Issue 5, pp.918 – 935
19. Khvatova, M. Block, D. Zhukov, S. Lesko. Studying the Structural Topology of the Knowledge Sharing Network. / 11th European Conference on Management Leadership and Governance, Military Academy, Lisbon, Portugal, 12-13 November 2015., ECMLG 2015., E Book ISBN: 978-1-91081-077-4, Book version ISBN: 978-1-91081-076-7, p. 20-27.
20. Hirokazu Kawamoto, Hideki Takayasu, Henrik Jeldtoft Jensen, Misako Takayasu. Precise Calculation of a Bond Percolation Transition and Survival Rates of Nodes in a Complex Network. PLOS ONE DOI: 10.1371/journal.pone.0119979 April 17, 2015.
21. Barabási A.L., Albert R. Emergence of Scaling in Random Networks. Science. 1999; 286:509. doi:10.1126/science.286.5439.509 PMID:10521342.
22. Albert R., Jeong H., and Barabási A.L. Error and attack to larence of complex networks. // Nature. 2000; 406:378. doi: 10.1038/35019019 PMID: 10935628.
23. Andrzej Grabowska, Robert A. Kosiński. Percolation in real on – line networks. // ACTA PHYSICA POLONICA B, Vol. 41 (2010), No 5, pp. 1135 – 1142.
24. M.E.J. Newman, J. Park, Phys. Rev. E68, 036122 (2003).
25. D.O. Zhukov, S.A. Lesko. Percolation models of information dissemination in social networks. / 2015 IEEE International Conference on Smart City/SocialCom/SustainCom together with DataCom 2015 and SC2 2015, December 19-21, Chengdu, Sichuan, China, pp. 213-216., 978-1-5090-1893-2/15 DOI 10.1109/SmartCity.2015.73.

References

1. E. M. Airoldi, D. M. Blei, S. E. Fienberg, and E. P. Xing. Mixed membership stochastic blockmodels. J. Mach. Learn. Res., 9 (2008), pp.1981–2014.
2. Y.-S. Cho, G. V. Steeg, and A. Galstyan. Co-evolution of selection and influence in social networks. In W. Burgard and D. Roth, editors, Proceedings of the Twenty-Fifth AAAI Conference on Artificial Intelligence, AAAI 2011, San Francisco, California, USA. AAAI Press, 2011.
3. Dmitry Zhukov, Tatiana Khvatova, Anastasia Zaltzman. Stochastic Dynamics of Influence Expansion in Social Networks and Managing Users' Transitions from One State to Another. Proceedings of the 11th European Conference on Information Systems Management, ECISM 2017, The University of Genoa, Italy, 14-15 September, 2017, pp. 322-329.
4. Du, H. Wang, and C. Faloutsos. Analysis of large multi-modal social networks: patterns and a generator. In Proceedings of the 2010 European Conference on Machine learning and knowledge discovery in databases: Part I, ECML PKDD'10, pages 393– 408, Berlin, Heidelberg, 2010. Springer-Verlag.
5. Vincent D. Blondel, Jean-Loup Guillaume, Renaud Lambiotte and Etienne Lefebvre. Fast unfolding of communities in large networks. // arXiv: 0803.0476v2 [physics.soc-ph] 25 Jul 2008.
6. Girvan M and Newman M E J, 2002 Proc. Natl. Acad. Sci. USA 99 7821.
7. Newman M E J and Girvan M, 2004 Phys. Rev. E 69 026113.
8. Radicchi F, Castellano C, Cecconi F, Loreto V and Parisi D, 2004 Proc. Natl. Acad. Sci. USA 101 2658.
9. Pons P and Latapy M, 2006 Journal of Graph Algorithms and Applications 10191.
10. Clauset A, Newman M E J and Moore C, 2004 Phys. Rev. E 70 066111.
11. Wu F and Huberman B A, 2004 Eur. Phys. J. B 38 331.
12. Newman M E J, 2006 Phys. Rev. E 74 036104.
13. Newman M E J, 2006 Proc. Natl. Acad. Sci. USA 103 8577.
14. All methods described here have been compiled and tested on the same machine: a biopteron 2.2 k with 24 GB of memory. The code is freely available for download on the webpage <http://findcommunities.googlepages.com>.
15. Bin Zhou. Applying the Clique Percolation Method to analyzing crossmarket branch banking network structure: the case of Illinois. Soc. Netw. Anal. Min. (2016) 6:11 DOI 10.1007/s13278-016-0318-0.
16. Yiping Chen, Gerald Paul, Reuven Cohen, Shlomo Yavlin, Stephen P. Borgatti, Fredric Liljeros, H. Eugene Stanley. Percolation theory and fragmentation measures in social networks. Physica A 378 (2007) 11–1912 doi:10.1016/j.physa.2006.11.074.
17. Dmitry Zhukov, Tatiana Khvatova, Anastasia Zaltzman. Stochastic Dynamics of Influence Expansion in Social Networks and Managing Users' Transitions from One State to Another. / Proceedings of the 11th European Conference on Information Systems Management, ECISM 2017, The University of Genoa, Italy, 14 -15 September, 2017, pp. 322-329.
18. T. Khvatova, M. Block, D. Zhukov, S. Lesko. How to measure trust: the percolation model applied to intra-organisational knowledge sharing network. Journal of Knowledge Management. 2016, Vol. 20, Issue 5, pp.918 – 935
19. T. Khvatova, M. Block, D. Zhukov, S. Lesko. Studying the Structural Topology of the Knowledge Sharing Network. / 11th European Conference on Management Leadership and Governance, Military Academy, Lisbon, Portugal, 12-13 November 2015., ECMLG 2015., E Book ISBN: 978-1-91081-077-4, Book version ISBN: 978-1-91081-076-7, p. 20-27.
20. Hirokazu Kawamoto, Hideki Takayasu, Henrik Jeldtoft Jensen, Misako Takayasu. Precise Calculation of a Bond Percolation Transition and Survival Rates of Nodes in a Complex Network. PLOS ONE DOI: 10.1371/journal.pone.0119979 April 17, 2015.
21. Barabási A.L., Albert R. Emergence of Scaling in Random Networks. Science. 1999; 286:509. doi:10.1126/science.286.5439.509 PMID:10521342.
22. Albert R., Jeong H., and Barabási A.L. Error and attack to larence of complex networks. // Nature. 2000; 406:378. doi: 10.1038/35019019 PMID: 10935628.

23. Andrzej Grabowska, Robert A. Kosiński. Percolation in real on – line networks. // ACTA PHYSICA POLONICA B, Vol. 41 (2010), No 5, pp. 1135 – 1142.
24. M.E.J. Newman, J. Park, Phys. Rev. E68, 036122 (2003).
25. D.O. Zhukov, S.A. Lesko. Percolation models of information dissemination in social networks. / 2015 IEEE International Conference on Smart City/SocialCom/SustainCom together with DataCom 2015 and SC2 2015, December 19-21, Chengdu, Sichuan, China, pp. 213-216., 978-1-5090-1893-2/15 DOI 10.1109/SmartCity.2015.73.

Об авторах:

Хватова Татьяна Юрьевна, доктор экономических наук, профессор Международной высшей школы управления, заместитель директора по международным связям института индустриального менеджмента, экономики и торговли, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Tatiana-Khvatova@mail.ru

Зальцман Анастасия Дмитриевна, преподаватель, Институт комплексной безопасности и специального приборостроения, Московский технологический университет (МИРЭА), ad.zaltcman@gmail.com

Жуков Дмитрий Олегович, доктор технических наук, профессор, заместитель директора по научной работе института комплексной безопасности и специального приборостроения, Московский технологический университет (МИРЭА), zhukovdm@yandex.ru

Note on the authors:

Khvatova Tatiana Yu., Prof., Dr. of Science in the field of Management, PhD in Applied Science, Peter the Great Saint-Petersburg Polytechnic University; Currently employed as a Professor for the International Business Department of SPbPU and visiting professor at IDRAC (France); Savonia and Haaga-Helia Universities of Applied Science (Finland), Tatiana-Khvatova@mail.ru

Zaltsman Anastasia D., junior researcher, Currently employed as a teacher for the Institute of Information Technologies, Moscow Technological University (MIREA), ad.zaltcman@gmail.com

Zhukov Dmitry O., Prof., Dr. of Technical Science, PhD in Applied Science, Currently employed as the Dean for the Institute of Information Technologies of MIREA, Moscow Technological University (MIREA), zhukovdm@yandex.ru