New Models of the Dynamics of Prices in the Real Estate Market

Anton Krakhalyov

Sobolev Institute of Mathematics,
4 Acad. Koptyug avenue, 630090, Novosibirsk, Russia
krahalyovanton@mail.ru

Abstract. The new model of functioning of the real estate market is developed. Effective algorithms for solving mathematical programming problems modeling the activity of market entities and methods for long-term price forecasting in the market under consideration are proposed. Proposed methods of forecasting can be used in various markets with production.

Keywords: Price dynamics model · Real estate market · Long-term forecasting of the prices · Model of dynamics of the Spread

In: S. Belim et al. (eds.): OPTA-SCL 2018, Omsk, Russia, published at http://ceur-ws.org

Новые модели динамики цен на рынке недвижимости *

А.А. Крахалёв

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия
krahalyovanton@mail.ru

Аннотация Разработана новая модель функционирования рынка недвижимости. Предлагаются эффективные алгоритмы решения задач математического программирования, моделирующих деятельность субъектов рынка, и методы долгосрочного прогнозирования цен на рассматриваемом рынке. Предложенные методы прогнозирования могут использоваться на различных рынках с производством.

Ключевые слова: модель динамики цен, рынок недвижимости, долгосрочное прогнозирование цен, модель динамики Спреда

1 Введение

В 1964 году была опубликована работа Л.В. Канторовича [8], которая определила направление многих исследований в области оптимального планирования, выполненных в последующие годы, в том числе и за рубежом, например, по теории экономики благосостояния. В отечественной экономической науке возникла новая область исследований: модели функционирования различных субъектов народного хозяйства. Эта область активно развивалась, в том числе, в математико-экономическом отделе ИМ СО АН под руководством академика В.Л. Макарова. Если вначале изучались, в основном, отраслевые производственные системы [1],[10], то в дальнейшем рассматривались также модели региональных систем и модели народнохозяйственного уровня (например, [11],[12]). В рамках исследований моделей функционирования в последние десятилетия разрабатывались модели освоения минерально-сырьевой базы ресурсного региона [3]-[4] и модели функционирования субъектов рынка жилья (последние исследования опубликованы пока что в тезисах молодых учённых).

В [1],[5],[10],[11],[12] не возникало трудностей при долгосрочном прогнозировании текущих и сопоставимых цен — считалось, что индекс цен (инфляция) величина постоянная, равная, приблизительно 2,5%. В настоящее время проблема динамики цен представляет, пожалуй, наибольшую трудность при прогнозировании (смотри [4] стр.4). Текущий анализ рынка недвижимости предполагает исследование статистических данных. Основная задача текущего анализа сводится к определению динамики роста или паде-

* Работа выполнена при поддержке РГНФ (проект 16-02-00049).

ния цен на недвижимость и выбору соответствующей аналитической модели. В данной работе строится модель функционирования субъектов рынка недвижимости, в которой возникающие оптимизационные задачи могут быть обеспечены достоверной информацией и могут эффективно решаться.

Оценка недвижимости подразумевает сбор и анализ рыночной информации, выявление количественных и качественных факторов, наиболее влияющих на стоимость объектов недвижимости, сбор значений факторов стоимости, построение модели и расчёт стоимости. Для того чтобы построить тренд цен на будущее, в работе используется модификация модели прогноза [4], эта модель является в свою очередь модификацией модели динамики спреда с гармоническими колебаниями [7]. Из рассматриваемых в работе временных рядов нам доступны цены и предложения в прошлом. Также, в настоящей работе недвижимость разделена на первичное и вторичное жилье, что позволяет более точно построить модель рынка недвижимости. Обосновывается данное утверждение тем, что цена на новое и вторичное жилье различаются. Прежде, чем рассматривать вопросы, связанные с динамикой цен, приведем краткое описание модели рынка.

2 Модели субъектов рынка

Предполагается, что на рынке действуют три типа игроков (агентов): производитель, посредник, потребитель. Предлагается новая, усовершенствованная модель, в которой учтены связи агентов на реальных рынках. Идея заключается, в определении новой зависимости прохождения сделки (какие агенты принимают участия) от рынка (вторичное или новое жилье). В современных условиях очень часто посредником (риэлтором) может выступать подразделение производителя, специализирующееся на продаже жилья, такого рода организации будем рассматривать без участия посредника. Каждая единица жилой площади в случае нового жилья проходит через два звена - производитель $\rightarrow$ потребитель (т.к. риэлтором является подразделение производителя), следовательно, учитывается отсутствие дополнительных процентов за работу посредника.

При рассмотрении рынка вторичного жилья будем рассматривать схему продавец-потребитель $\rightarrow$ посредник $\rightarrow$ потребитель. Требуется решать оптимизационные задачи, возникающие в модели функционирования такого рынка, учитывая, что покупатель, посредник и продавец действуют на основе стандартных и прозрачных мотивов и стремятся к наилучшему удовлетворению своих интересов. Из ранее опубликованных работ по данной тематике следует отметить работу [9], где представлен теоретический анализ поведения рынка жилья в краткосрочном периоде, основная модель рассматривает рынок как экономику обмена с квазилинейными функциями полезностями агентов рынка. Вальрасовские равновесия для рассматриваемой модели представлены посредством решений и двойственных оценок соответствующей задачи линейного программирования.

Пусть заданы: T — количество интервалов времени в рассматриваемом периоде. Предполагается, что производство жилой площади осуществляется K технологическими способами, которые характеризуются: k — номер способа, l — индекс вида площади (например, однокомнатная квартира на первом этаже и т.п.), $q_k^{[t]}$ — себестоимость k-го способа, $p_l^{[t]}$ — цена l-го вида площади "нового жилья", $s_l^{[t]}$ — цена l-го вида площади "вторичного жилья". Технологический способ фактически отражает структуру здания или комплекса зданий. Предполагаются также известными: $x_j^{[0]}$ — начальный капитал j -го производителя, $\overline{\overline{\delta}}^{[t]}$ — фиксированный процент, который потребитель платит при покупке, $y_m^{[t]}$ — капитал потребителя с номером m. Заметим, что доходы потребителя в данной модели не определяются, эта информация задаётся извне.

Переменными в оптимизационных задачах, возникающих в модели, являются: $x_j^{[t]}$ — капитал j-го производителя на такте t функционирования рынка, $\omega_{lkj}^{[t]}$ — количество метров кв. l-го вида площади, которое будет введено при k-м способе на такте t функционирования рынка, $\overline{\psi}_{li}^{[t]}$ — количество метров кв. l-го вида, которые покупает i-ый посредник; $\overline{\overline{\psi}}_{li}^{[t]}$ — количество метров кв. l-го вида, которые продает i-ый посредник; $\theta_{lm}^{[t]}$ — количество метров кв. l-го вида, который покупает m-ый потребитель (новое жилье), $\widetilde{\theta}_{lm}^{[t]}$ — количество метров кв. l-го вида, который покупает потребитель m (вторичное жилье), $C_m^{[t]}$ — остальные средства потребителя m в денежном выражении. Пусть $1 \le t \le T$, $1 \le j \le J$,$1 \le k \le K$, $1 \le l \le L$, $1 \le m \le M$.

Далее опишем задачи, решая которые, каждый участник рынка определяет свою финансовую стратегию.

2.1 Задача производителя

Производитель стремится максимизировать свой капитал в конечный момент времени:

$$x_j^{[T]} \to \max$$

Поясним далее ограничения, накладываемые на функционирование производителя. Первое из этих ограничений записывается в виде следующего условия:

$$\sum_{l=1}^{L}\sum_{k=1}^{K} q_k^{[t]}\omega_{lkj}^{[t]} - x_j^{[t-1]} \le 0 \tag{1}$$

— ограничение на строительство j -го производителя его капиталом. Т.е. он не может использовать на строительство в период времени t , больше средств, чем он имел в предшествующий $t-1$ период. Посредник, при совершении сделок как с производителем (купля), так и с потребителем (продажа) берёт с них проценты: $\overline{\delta}^{[t]}$ и $\overline{\overline{\delta}}^{[t]}$ соответственно (в реальной практике на рынке нового жилья величина $\overline{\delta}^{[t]}$ равна нулю). Поэтому, цена продажи для производителя будет $p_l^{[t]}(1-\overline{\delta}^{[t]})$. Отсюда возникает

$$x_j^{[t]} - \sum_{l=1}^{L} p_l^{[t-1]}(1-\overline{\delta}^{[t]}) \sum_{k=1}^{K} \omega_{lkj}^{[t-1]} \leq 0 \tag{2}$$

— финансовое ограничение. Т.е. капитал в период t это есть деньги, вырученные с продажи всех произведённых видов площадей минус издержки производителя в этот период (без учёта издержек (2) превращается в строгое равенство).

$$x_j^{[t]} \geq 0, \omega_{lkj}^{[t]} \geq 0 \tag{3}$$

—неотрицательность капитала и количество построенного жилья j-ым производителем k -ом способом производства. В работе рассматривается ситуация, когда цены спрогнозированы заранее. Итак, для j -ого производителя имеем задачу:

$$\begin{cases} x_j^{[T]} \to \max, \\ \sum_{l=1}^{L} \sum_{k=1}^{K} q_k^{[t]} \omega_{lkj}^{[t]} - x_j^{[t-1]} \leq 0, \\ \sum_{l=1}^{L} \sum_{k=1}^{K} q_k^{[1]} \omega_{lkj}^{[1]} \leq x_j^{[0]}, \\ x_j^{[t]} - \sum_{l=1}^{L} p_l^{[t-1]}(1-\overline{\delta}^{[t]}) \sum_{k=1}^{K} \omega_{lkj}^{[t-1]} \leq 0 \\ x_j^{[t]} \geq 0, \omega_{lkj}^{[t]} \geq 0 \\ t = \overline{1,\mathtt{T}} \end{cases}$$

В модели возникает J задач производителя такого вида. В них число переменных $x_j^{[t]} - T$, переменных $\omega_{lkj}^{[t]} - T*K$. Число линейных ограничений (1)-(3) — $3T$. В предположении, что величины $p_l^{[t]}$ — известны, задача производителя является задачей линейного программирования размерности $3T*(T+T*K)$.

2.2 Задача посредника

В этом пункте опишем задачу посредника, действующего на рынке вторичного жилья. Как было сказано, очень часто посредником (риэлтором) может выступать подразделение производителя, специализирующееся на продаже нового жилья, поэтому рассматриваем задачу посредника только на вторичном рынке. Цель посредника — максимизировать свою прибыль за весь рассматриваемый период:

$$\sum_{t=1}^{T} [\overline{\overline{\delta}}^{[t]} \sum_{l=1}^{L} \overline{\overline{\psi}}_{li}^{[t]} s_l^{[t]} + \overline{\delta}^{[t]} \sum_{l=1}^{L} \overline{\psi}_{li}^{[t]} s_l^{[t]}] \to \max$$

Выше сказано, что при совершении сделок посредник берёт процент: $\overline{\delta}$ — с продавца при покупке, $\overline{\overline{\delta}}$ — с потребителя при продаже ($0 \leq \overline{\delta}, \overline{\overline{\delta}} \leq 1$). Далее существует

$$\sum_{\tau=1}^{t}\sum_{l=1}^{L}\overline{\psi}_{li}^{[\tau]}s_l^{[\tau]}(1-\overline{\delta}^{[\tau]})-(1+\overline{\overline{\delta}}^{[\tau]})\sum_{\tau=1}^{t}\sum_{l=1}^{L}\overline{\overline{\psi}}_{li}^{[\tau]}s_l^{[\tau]}-w_{0i}\leq 0 \tag{4}$$

—ограничение, показывающее, что в период t посредник не может купить больше, чем он имеет денег за продажу недвижимости в прошлые $t-1$ периоды плюс начальный капитал w_{0i} .

$$\overline{\psi}_{li}^{[t]}\geq 0,\overline{\overline{\psi}}_{li}^{[t]}\geq 0$$

— ограничения на неотрицательность переменных.

$$\sum_{\tau=1}^{t-1}\sum_{l=1}^{L}\overline{\overline{\psi}}_{li}^{[\tau]}\leq F$$

— ограничение спросом. Имеем задачу посредника:

$$\begin{cases}\sum_{t=1}^{T}[(\overline{\overline{\delta}}^{[t]}+1)\sum_{l=1}^{L}\overline{\overline{\psi}}_{li}^{[t]}s_l^{[t]}-\sum_{l=1}^{L}\overline{\psi}_{li}^{[t]}s_l^{[t]}]\to\max,\\ \sum_{\tau=1}^{t}\sum_{l=1}^{L}\overline{\psi}_{li}^{[\tau]}s_l^{[\tau]}(1-\overline{\delta}^{[\tau]})-(1+\overline{\overline{\delta}}^{[\tau]})\sum_{\tau=1}^{t}\sum_{l=1}^{L}\overline{\overline{\psi}}_{li}^{[\tau]}s_l^{[\tau]}-w_{0i}\leq 0,\\ \overline{\psi}_{li}^{[t]}\geq 0,\overline{\overline{\psi}}_{li}^{[t]}\geq 0,\sum_{\tau=1}^{t-1}\sum_{l=1}^{L}\overline{\overline{\psi}}_{li}^{[\tau]}\leq F\\ t=\overline{1,\mathtt{T}}\end{cases}$$

В модели функционирования рынка возникает I задач посредника. Число переменных в каждой задаче $\overline{\psi}_{li}^{[t]}$ и $\overline{\overline{\psi}}_{li}^{[t]}$ - $2T*L$. Число линейных ограничений (4) — T . В предположении, что величины $s_l^{[\tau]}$ — известны, задача посредника является задачей линейного программирования размерности $T*2(T*L)$. Очевидно, что при фиксированных ценах — это динамическая задача построения оптимального портфеля, активами в которой являются площади различного вида.

2.3 Задача потребителя

Цель потребителя — максимизировать свою функцию полезности (в экономической теории это функция, выражающая зависимость полезности для индивида от количества потребляемых им благ [3]) в конце рассматриваемого периода.

В отличие от раннее рассматриваемых задач на рынке недвижимости, в настоящей работе представлена новая задача потребителя, в которой учитывается рынок вторичного жилья. Предполагается, что потребитель приобретает либо вновь построенное, либо вторичное жилье. Функцию полезности, соответствующую новому жилью, обозначим $U_m^{(1)}$, а полезность вторичного жилья будем измерять функцией $U_m^{(2)}$.

$$\begin{cases}U_m^{(1)}=(\sum_{t=1}^{T}C_m^{[t]})(\sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{L}\theta_{lm}^{t}p_l^{t}),\\ U_m^{(2)}=(\sum_{t=1}^{T}C_m^{[t]})(\sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{L}\widetilde{\theta}_{lm}^{t}s_l^{t}(\overline{\overline{\delta}}^{[t]}+1))\end{cases}$$

При этом возникают следующие ограничения:

$$\sum_{\tau=1}^{t}\sum_{l=1}^{L}\theta_{lm}^{\tau}p_l^{\tau}-\sum_{\tau=1}^{t}y_m^{\tau}\le 0, \tag{5}$$

$$\sum_{\tau=1}^{t}\sum_{l=1}^{L}\widetilde{\theta}_{lm}^{\tau}s_l^{\tau}(\overline{\overline{\delta}}^{[\tau]}+1)-\sum_{\tau=1}^{t}y_m^{\tau}\le 0, \tag{6}$$

— на приобретение жилья потребителем его капиталом. Тогда капитал потребителя в период t состоит из стоимости приобретённого им жилья в этот период плюс прочее потребление $C_m^{[t]}$:

$$y_m^t=\sum_{l=1}^{L}\theta_{lm}^{t}p_l^{t}+C_m^{[t]}, \tag{7}$$

$$y_m^t=\sum_{l=1}^{L}\widetilde{\theta}_{lm}^{t}s_l^{t}(\overline{\overline{\delta}}^{[\tau]}+1)+C_m^{[t]}, \tag{8}$$

Существуют также ограничения на неотрицательность переменных:

$$C_m^{[t]}\ge 0, \theta_{lm}^t\ge 0, \widetilde{\theta}_{lm}^t\ge 0.$$

Таким образом, получаем задачу потребителя. Пусть векторы C_m^* и θ_m^* доставляют максимум функционалу

$$U_m^{(1)}=(\sum_{t=1}^{T}C_m^{[t]})(\sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{L}\theta_{lm}^{t}p_l^{t})\to\max_{\theta,C}.$$

При ограничениях:

$$\sum_{\tau=1}^{t}\sum_{l=1}^{L}\theta_{lm}^{\tau}p_l^{\tau}-\sum_{\tau=1}^{t}y_m^{\tau}\le 0,$$

$$y_m^t=\sum_{l=1}^{L}\theta_{lm}^{t}p_l^{t}+C_m^{[t]},$$

$$C_m^{[t]}\ge 0, \theta_{lm}^t\ge 0,$$

а векторы C_m^{**} и θ_m^{**} доставляют максимум функционалу

$$U_m^{(2)}=(\sum_{t=1}^{T}C_m^{[t]})(\sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{L}\widetilde{\theta}_{lm}^{t}s_l^{t}(\overline{\overline{\delta}}^{[t]}+1))\to\max_{\theta,C}.$$

При ограничениях:

$$\sum_{\tau=1}^{t}\sum_{l=1}^{L}\widetilde{\theta}_{lm}^{\tau}s_l^{\tau}(\overline{\overline{\delta}}^{[\tau]}+1)-\sum_{\tau=1}^{t}y_m^{\tau}\le 0,$$

$$y_m^t = \sum_{l=1}^{L} \widetilde{\theta}_{lm}^t s_l^t (\overline{\overline{\delta}}^{[\tau]} + 1) + C_m^{[t]},$$

$$C_m^{[t]} \geq 0, \widetilde{\theta}_{lm}^t \geq 0,$$

Тогда потребитель выбирает из двух планов, тот которому соответствует большее значение функционала, т.е., если

$$U = max(U_m^{(1)}, U_m^{(2)}),$$

то выбираем план с функционалом равным U.

В модели рынка возникают M задач потребителей данного вида. Число переменных $C_m^{[t]}$ - T; переменных θ_{lm}^t и $\widetilde{\theta}_{lm}^t$ - $2T * L$ в каждой задаче. Число линейных ограничений (5)-(8) — $4T$. Предполагаем p_l^t и s_l^t - известны, тогда задача потребителя является задачей выпуклого программирования размерности $4T * (T + 2T * L)$. При фиксированных ценах и заданных функциях дохода — это задача накопления - потребления.

Выше указано, что задачи производителя, посредника и потребителя при заданных ценах являются задачами линейного либо выпуклого программирования, методы решения которых известны. В экономической реальности цены известны только в моменты $t_1 = -\Omega + 1$, $t_2 = -\Omega + 3$, ...,$t_k = 0$. Для того, чтобы получить информацию для формулировки задач (величины p_l^t и s_l^t для $t = 1, ..., T$) далее предлагается следующая модель.

3 Модели динамики цен

В раннее рассматриваемых работах прогноз цен осуществляется с помощью фиктивных или псевдопеременных, принимающих дискретные, обычно целые значения, в регрессию включают качественные факторы [13]. В [4] был предложен другой подход, развитию которого посвящен данный раздел.

Модель прогноза является имитационной и, как всякая имитационная модель, предполагает наличие сценариев поведения отдельных показателей. В рассматриваемой модели предполагаются заданными сценарии темпов прироста спроса на жилье и сценарии динамики предложения.

Основной формой представления информации о ценах являются временные ряды наблюдений: ретроспективные и прогнозируемые. Методы исследования исходят из предположения о возможности представления элементов ряда в виде суммы нескольких компонент: тренда (долгосрочной тенденции) развития; "рыночной" компоненты и остаточной компоненты. Тренд представляет собой устойчивое изменение показателя в течение длительного времени. "Рыночная" компонента характеризует колебания значений элементов ряда, вызванные изменениями одного или двух предыдущих элементов. Остаточная компонента представляет собой расхождение между фактическими и расчетными значениями. Если построена адекватная модель, то величина этой компоненты является близкой к нулю. Естественно, что качество прогноза можно существенно повысить, если разрабатывать адаптивные модели.

Благодаря использованию известных цен и предложения в прошлом, у нас есть возможность диагностировать текущую фазу рынка недвижимости и прогнозировать его долгосрочную динамику.

Далее рассмотрим подробнее модель для построения тренда (экстраполяционной компоненты) и остаточной компоненты. За базу возьмем модель динамики спреда с гармоническими колебаниями из [7]. Анализ расчета различных модификаций этой модели позволил получить следующую формулу для расчета экстраполяционной и остаточной компоненты:

$$p(t) = \exp(\sum_{i=1}^{m} \mu_i \alpha(t)^{i-1} + \sum_{i=1}^{n} \mu_{m+i} \sin(\frac{2\pi\beta(t)}{\tau_i}) + \frac{\sigma^2}{2}), \tag{9}$$

где t это момент времени прогнозируемого периода; $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ - простейшие функции от t; μ_i, τ_i - постоянные коэффициенты; σ - коэффициент волатильности (остаточная компонента); m - число слагаемых в полиноме, описывающем тренд, а n - число гармоник в этом описании. Числа m, n и вид функций $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ выбираются в зависимости от вида показателя (спрос, предложение или цена) и в зависимости от числа известных значений этого показателя в ретроспективе.

Считается, что известны цены с момента t_1 до момента t_k.

Для того чтобы построить конкретную модель на основе базовой для конкретного временного ряда, необходимо найти методом наименьших квадратов решение M системы:

$$\ln p_t = f(t, \tau_1, ..., \tau_n)M + \frac{\sigma^2}{2}, t = t_1, ..., t_k,$$

где $M = (\mu_1, ..., \mu_{m+n})^T$,

$$f(t, \tau) = (1, \alpha(t), ..., \alpha(t)_{m-1}, \sin(\frac{2\pi\beta(t)}{\tau_1}), \sin(\frac{2\pi\beta(t)}{\tau_2}), ..., \sin(\frac{2\pi\beta(t)}{\tau_n})),$$

Пусть имеются наблюдения динамики показателя $p_k(t) = p(t_k)$ в моменты времени t_k, следовательно, оценки неизвестных параметров $\overline{M}, \overline{\tau_1}, ..., \overline{\tau_n}$ методом наименьших квадратов находятся из условий достижения минимума функции:

$$Q(M, \tau_1, ..., \tau_n) = \sum_{k=1}^{K} (\ln p_k - f(t_k, \tau_1, ..., \tau_n)M)^2, \tag{10}$$

Решая уравнение $\frac{\partial Q}{\partial M} = 0$, получаем симметричную СЛУ, которая легко решается методом Гаусса, и находятся необходимые величины

$$M = (\sum_{k=1}^{K} f(t_k, \tau_1, ..., \tau_n) f^T(t_k, \tau_1, ..., \tau_n))^{-1} f(t_k, \tau_1, ..., \tau_n) \ln p_t \tag{11}$$

При известных $\tau_1, ..., \tau_n$ оценка $\overline{M}$ сразу вычисляется с помощью (11); если величины $\tau_1, ..., \tau_n$ неизвестны, то заменяя в (10) вектор переменных M на вектор-функцию $\overline{M}(\overline{\tau_1}, ..., \overline{\tau_n})$ согласно (11) получаем вместо (10) функцию $Q(\overline{M}(\overline{\tau_1}, ..., \overline{\tau_n}), \overline{\tau_1}, ..., \overline{\tau_n})$, которую достаточно минимизировать по n параметрам. Оценка среднеквадратического отклонения $\overline{\sigma}$ определяется по формуле:

$$\overline{\sigma} = \sqrt{\frac{Q(\overline{M}, \overline{\tau_1}, ..., \overline{\tau_n})}{K}}.$$

Эта оценка совпадает с остаточной компонентой в нашей модели, чем меньше её значение, тем лучше наша модель воспроизводит прогнозируемые результаты.

Таким образом, мы описали алгоритм построения экстраполяции временного ряда, который можно применять для прогнозирования спроса, предложения и цены на недвижимость.

4 Описание экспериментальных расчетов (адаптация модели)

Для реализации и проверки предложенной модели и алгоритма прогнозирования разработана программа в среде Excel. Был проведен численный эксперимент прогнозирования цен, основанный на информации, опубликованной на сайте www.nn-baza.ru для вторичного рынка недвижимости районов города Новосибирска. Расчеты проводились для 9 районов города. Для каждого района разработаны модели с различными параметрами, затем выбиралась наиболее точно воспроизводимая реальные данные при ее проверке. В расчетах использовались цены за 1 кв.м. вторичного жилья, известные с октября 2009 года по апрель 2015. В модели (9) функции $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ полагались равными $\ln(t)$ и t соответственно. При этом t_1 полагалось равным 1, а t_K равным 67. В расчетах m (число слагаемых в полиноме, описывающем тренд) оказалось равным 4 для всех расчетов, а n (число гармоник) выбиралось так, чтобы приближение минимально отклонялось от ретроспективы.

Для проверки адекватности модели была проведена настройка модели. Пусть для периода, начинающегося в октябре 2009г. и заканчивающегося апрелем 2015г., нам известны цены на недвижимость. Считая апрель 2014г. последним месяцем базового периода, построим новую модель динамики цен (t_K равно 55), и сравниваем ее с фактической динамикой за период с мая 2014г. до апреля 2015г. Отклонение модельной динамики от фактической динамики для всех расчетов не превосходило 10%.

Для иллюстрации приведем результаты двух расчетов: таблицы со значениями постоянных коэффициентов μ_i , число гармоник n, значение шумового коэффициента σ и графики динамики цен.

Самые низкие цены на вторичном рынке наблюдались в Первомайском районе. Число n для него оказалось равным 1.

Коэффициент $\sigma = 0{,}024427$.

Таблица 1. Значение коэффициентов модели Первомайского района

μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5
3,734249	0,136812	-0,14752	0,031998	-0,00209

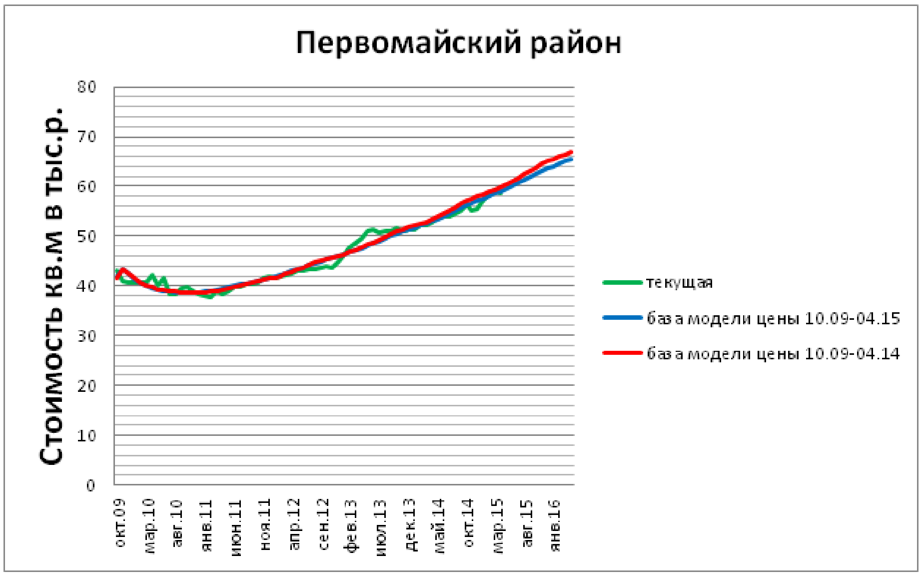

Рис. 1. Первомайский район.

Зеленая линия - фактическая динамика, синяя - модельная, рассчитанная по полной информационной базе (октябрь 2009 - апрель 2015), красная - модельная, рассчитанная по сокращенной базе (октябрь 2009 - апрель 2014).

Самые высокие цены наблюдались в Центральном районе; также Центральный район представляет интерес тем, что это единственный район, для которого стоимость, прогнозируемая на базе цен, начинающейся в октябре 2009г. и заканчивающейся апрелем 2015г., превзошла стоимость, прогнозируемую на базе цен с октября 2009г. по апрель 2014г.

Число n для него оказалось равным 3.

Таблица 2. Значение коэффициентов модели Центрального района

μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6	μ_7
4,269267	0,315867	-0,2323	0,039357	-0,00976	0,008022	-0,03459

Коэффициент $\sigma = 0{,}032801$.

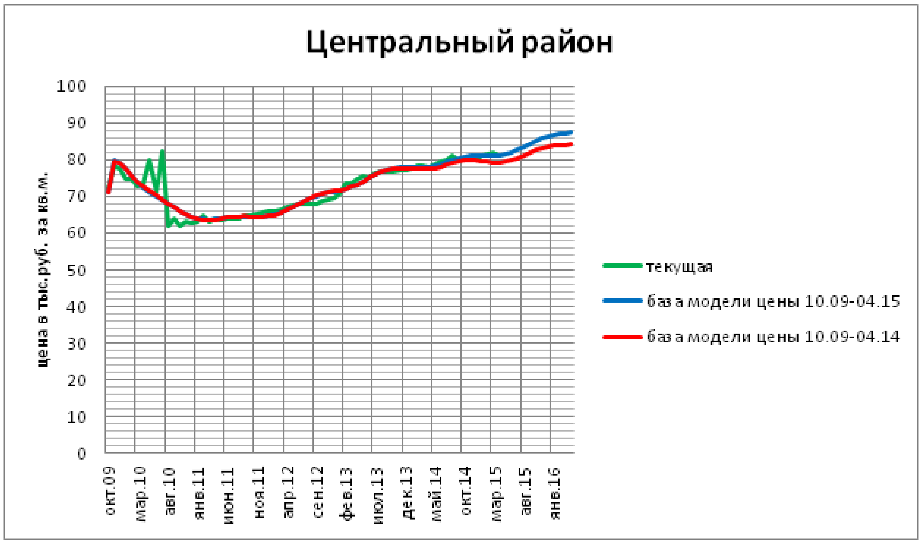

Рис. 2. Центральный район.

5 Заключение

В работе рассмотрено поведение основных типов участников рынка недвижимости. Для каждого типа участника сформулирована задача математического программирования. Для того, чтобы обеспечить модели участников необходимой информацией, используется выше упомянутая модель динамики цен на рынке недвижимости. Для реализации и проверки предложенной модели и алгоритма прогнозирования разработана программа в среде Excel. Результаты численных расчётов, проведенных для вторичного жилья города Новосибирска, показали достаточную работоспособность этой модели. С использованием теории имитационного моделирования, математического программирования, регрессионного анализа и элементов финансовой математики исследованы вопросы построения работоспособных моделей субъектов рынка. В дальнейшем предполагается продолжить совершенствование модели рынка с целью сделать её еще более адекватной и приближенной к экономической реальности.

Список литературы

1. Antsyz, S. M. et al.: Optimization of System Solutions in Distributed Databases. Managing editors Makarov V. L., Marshak V. D. Nauka, Novosibirsk (1990), (in

Russian)
2. Antsyz, S. M., Krakhalyov, A. A.: On the dynamics of prices in the real estate market. In: Proceedings of the 12th International Asian School-Seminar on Problems of optimization of difficult systems, Novosibirsk, December 12-16, 2016. pp. 50–57 (2016), (in Russian)
3. Antsyz, S. M., Lavlinsky, S. M., Kalgina, I. S.: On some approaches to the organization of development program of a resource region. Vestnik ZabSu 11(102), 119–126 (2013), (in Russian)
4. Antsyz, S. M., Lavlinsky, S. M., Pevnitskiy, A. I., Protsenko, A. V.: About methods of economic evaluation of the deposit of polymetallic ores. Preprint/RAS. Sib. Branch Inst. of Math.; N 77. Novosibirsk, 31 p. (2000), (in Russian)
5. Antsyz, S. M., Makarov, V. L., Marshak, V. D., Fefelov, V. F.: Mathematical support of perspective industry planning. Managing editor Rubinshteyn G. Sh. Nauka. Sib. Branch, Novosibirsk (1979), (in Russian)
6. Antsyz, S. M., Pudova, M. V.: Interior point methods for solving problems with a special structure. Preprint/SB RAS, Inst. of Math.; N 44. Novosibirsk, 27 p. (1997), (in Russian)
7. Artemiev, S. S., Yakunin, M. M.: Mathematical and Statistical Modelling on the Stock Markets. Inst. of Comp. Math. and Math. Geoph.Publ., Novosibirsk. 158 p. (2003), (in Russian)
8. Kantorovich L. V., Dynamic model of optimal planning [in Russian]. In: Planning and economic-mathematical methods: On the occasion of the seventieth birthday of Academician V.S. Nemchinov. pp. 323-345. Moscow (1964), (in Russian)
9. Khutoreskiy, A. B. Analysis of the Short-term Equilibrium in the Real Estate Market with an Application to the Development of Housing Policy. EERS, Moscow. 68 p. (2001), (in Russian)
10. Makarov, V. L., Marshak, V. D., Models of Optimal Functioning of Department Systems. Ekonomika, Moscow (1979), (in Russian)
11. Optimization inter-regional intersectoral models. In: IEIE SB AS USSR. Managing editors Granberg A. G., Matlin I. S. Nauka. Sib. Branch, Novosibirsk (1989), (in Russian)
12. Rubinshteyn, G. Sh.: Modeling of economic interactions in territorial systems. In: IEIE SB AS USSR. Managing editor Granberg A. G.. Nauka. Sib. Branch, Novosibirsk (1983), (in Russian)
13. Suslov, V. I., Ibragimov, N. M.: Econometrics: Textbook. SB RAS, Novosibirsk (2005), (in Russian)