

Ablaufvisualisierung durch topologisch angeordnete Kausalnetze

Thomas Freytag

SZS, Universität Karlsruhe, Tel. 0721-608-4301

e-Mail: freytag@szs.ira.uka.de

1 Einleitung

Kausalnetze eignen sich in idealer Weise zur Visualisierung halbgeordneter Abläufe (Prozesse) von Petrinetzen und darauf basierenden Validierungsmethoden für das dynamische Verhalten des modellierten Systems. Ein auf diesen Ideen basierendes Konzept wurde im Rahmen des DFG-Projekts *VIP* [1] [2] [3] theoretisch erarbeitet und im dort entwickelten Software-Prototyp *VIPtool* [5] praktisch realisiert. Eines der zu lösenden Probleme ist die topologische Anordnung der automatisch generierten Kausalnetze in einer Form, die es einem menschlichen Betrachter ermöglicht, selbst große, aus vielen Elementen bestehende Abläufe zu erfassen und zu verstehen.

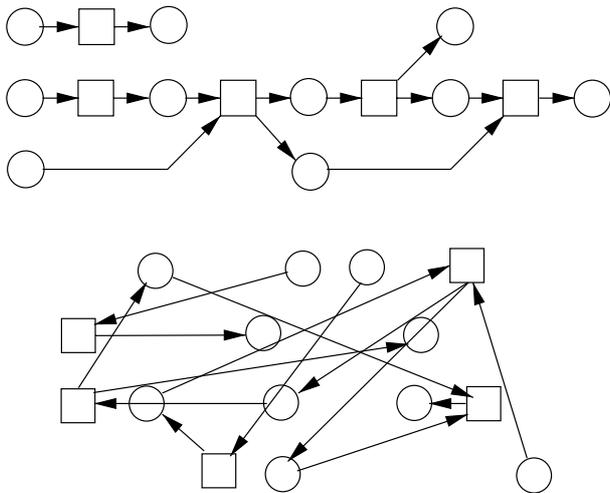


Abbildung 1: Zweimal das selbe Kausalnetz

Für ein gegebenes Kausalnetz existieren stets beliebig viele Anordnungen auf einer Zeichenfläche, exemplarisch sind hier zwei Anordnungen desselben Kausalnetzes in Abbildung 1 dargestellt. Offensichtlich werden nicht alle Anordnungen von einem menschlichen Betrachter gleichwertig wahrgenommen. So käme niemand auf die Idee, die untere Version als „übersichtlich“ oder „verständlich“ zu bezeichnen, anders wahrscheinlich bei der oberen Version. Vor allem ästhetische Kriterien wie Kreuzungsfreiheit, Verteilung der Knoten, Geradlinigkeit und Orientierung der Pfeile usw. spielen hier eine wichtige Rolle. Was also sind die Kriterien, die eine gute Anordnung eines

Kausalnetzes ausmachen? Gibt es formale - d. h. mit mathematischen Mitteln beschreibbare Eigenschaften, die ästhetische Relevanz besitzen? Dieser Beitrag geht diesen Fragen nach und gliedert sich wie folgt: Zunächst wird der Vorgang der Anordnung eines Kausalnetzes formalisiert. Dann werden grundlegende Kriterien einer „ästhetischen“ Anordnung von Kausalnetzen hergeleitet und Techniken vorgeschlagen, mit denen diese erfüllt werden können. Die Kriterien beruhen teilweise auf bekannten Konzepten aus dem Bereich der allgemeinen Graphentheorie, dem sog. *Sugiyama-Verfahren* [5] [6] und sind an die speziellen Begebenheiten von Kausalnetzen angepaßt. Abschließend wird ein Algorithmus zur konkreten Lösung der Aufgabenstellung skizziert.

2 Kausalnetze und ihre Anordnung

Wir setzen hier voraus, das der Leser mit Petrinetzen vertraut ist und definieren ein Kausalnetz als ein stellenberandetes, azyklisches Petrinetz, dessen Stellen vorwärts und rückwärts unverzweigt sind.

Als erstes führen wir das Konzept der sog. *Stützknoten* ein. Dabei handelt es sich um eine spezielle Form von Knoten, die der Netzgraphik ohne Auswirkungen auf die Netzsemantik hinzugefügt und dazu verwendet werden, Verlauf und Knickpositionen einer Kante in der Zeichenfläche zu charakterisieren. In einem ersten Schritt fügen wir den Kanten eines Kausalnetzes eine (ggfs. leere) Menge von Stützknoten hinzu und definieren so den Begriff eines *topologischen Kausalnetzes*.

Definition. [topologisches Kausalnetz] Sei $N = (S, T, F)$ ein Kausalnetz, U eine Menge mit $U \cap S = U \cap T = \emptyset$, und $Z \subseteq S \cup U \times T \cup U$ eine irreflexive, eineindeutige Relation mit $Z^* \cap (S \times T) \subseteq F$. Das Quintupel $N' = (S, T, F, U, Z)$ heißt dann *topologisches Kausalnetz*. Die Elemente von U heißen *Stützknoten* und die Relation Z *Kantenverlauf* von N' .

Während durch die Menge U festgelegt wird, welche Stützknoten es überhaupt gibt, beschreibt die Relation Z die Einbettung der Stützknoten in Netzkanten und ihre Verkettung untereinander. Dabei benötigen wir wegen der Struktur von Kausalnetzen nur Stützknoten für Kanten von Stellen nach Transitionen. Z ist irreflexiv und eineindeutig, d. h. jeder Knoten wird injektiv auf genau einen anderen Knoten (aber nicht auf sich selbst) abgebildet. Die zusätzliche Bedingung $Z^* \cap (S \times T) \subseteq F$ bewirkt, daß die Kantenverlaufsrelation Z nur eine „Verfeinerung“ der Flußrelation F ist und keine zusätzlichen Kanten definiert. Abbildung 2 zeigt ein Beispiel eines

topologischen Kausalnetzes mit Stützknottenmenge $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ und Kantenverlaufsrelation $Z = \{(s_4, u_1), (u_1, u_2), (u_2, t_5), (s_3, u_3), (u_3, u_4), (u_4, t_4)\}$.

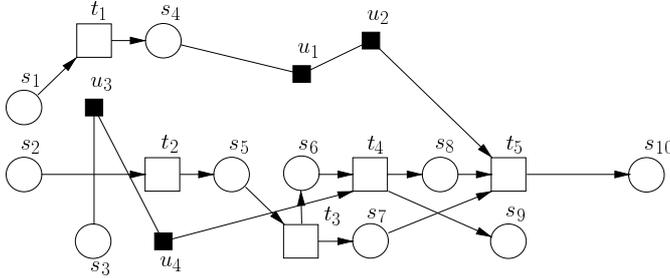


Abbildung 2: Topologisches Kausalnetz

Definition. [direkte und indirekte Kanten] Sei $N = (S, T, F, U, Z)$ ein topologisches Kausalnetz. Dann ist die Menge der *indirekten Kanten* von N gegeben durch $F_{indirect} := \{(u, v) \in F \cap (S \times T) \mid \exists n \in \mathbb{N} : Z^n(u) = v\}$ und die Menge der *direkten Kanten* von N durch $F_{direct} := F \setminus F_{indirect}$.

Als indirekte Kanten bezeichnen wir diejenigen Kanten, denen durch Z Stützknotten zugewiesen werden, andernfalls sprechen wir von direkten - also stützpunktlosen - Kanten.

Definition. [Kantensegmente] Sei $N = (S, T, F, U, Z)$ ein topologisches Kausalnetz und $f = (u, v)$ eine indirekte Kante von N . $Segment_N^f := \{(u', v') \in (S \cup T \cup U)^2 \mid \exists n \in \mathbb{N}_0 : u' = Z^n(u) \wedge v' = Z^n(v)\}$ bezeichnet die Menge der Kantensegmente von f und $Segment_N := \bigcup_{f \in F} Segment_N^f$ die Menge der *Kantensegmente* von N .

Direkte Kanten enthalten sich selbst als einziges Kantensegment. In Abbildung 2 gilt $F_{indirect} = \{(s_3, t_4), (s_4, t_5)\}$ und $F_{direct} = F \setminus F_{indirect}$ sowie z. B. $(s_2, t_2) \in Segment_N$, $(u_3, u_4) \in Segment_N$ und $Segment_N(s_4, t_5) = \{(s_4, u_1), (u_1, u_2), (u_2, t_5)\}$. Wir sind nun in der Lage, eine Kausalnetzanzordnung formal zu definieren.

Definition. [Anordnung] Sei $N = (S, T, F, U, Z)$ ein topologisches Kausalnetz. Eine injektive Abbildung $A : S \cup T \cup U \rightarrow \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$ heißt *Anordnung* von N .

Abbildung 3 zeigt ein Beispiel einer Kausalnetzanzordnung. Als Kurzformen verwenden wir $A_x(v)$ bzw. $A_y(v)$ für die einem Knoten v zugeordnete x - bzw. y -Koordinate.

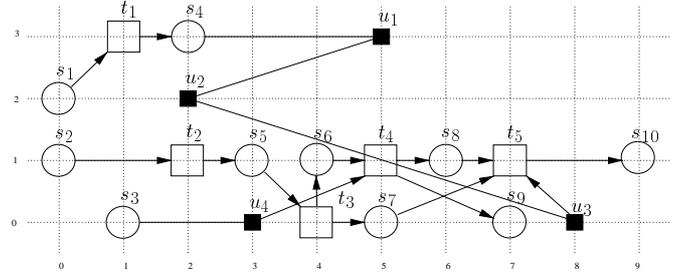


Abbildung 3: Kausalnetzanzordnung

3 Eigenschaften von Anordnungen

In diesem Abschnitt untersuchen wir einige wichtige Eigenschaften von Kausalnetzanzordnungen.

3.1 Kantenflußrichtung

Die erste Eigenschaft bezieht sich auf die Flußrichtung von Kantensegmenten. Die beste Übereinstimmung mit menschlichen Lese- und Schreibgewohnheiten weisen zweifellos solche Anordnungen auf, bei denen alle Pfeile eine links-rechts-Orientierung haben, also *vorwärtsweisend* sind.

Definition. [vorwärtsweisende Anordnung] Eine Kausalnetzanzordnung heißt *vorwärtsweisend*, wenn für alle Kantensegmente (v_1, v_2) von N stets $A_x(v_1) < A_x(v_2)$ gilt.

Die Anordnung in Abbildung 3 ist nicht vorwärtsweisend, da z. B. $A_x(t_3) \not\leq A_x(s_6)$. Abbildung 4 zeigt dagegen eine vorwärtsweisende Anordnung.

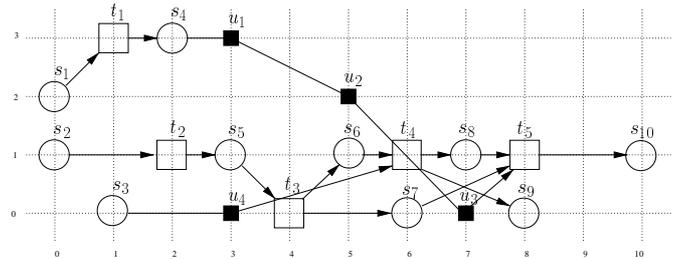


Abbildung 4: Vorwärtsweisende Anordnung

Definition. [Kantensegmenttypen] Sei A eine vorwärtsweisende Anordnung eines Kausalnetzes N . Dann heißt $LongSeg_A := \{(u, v) \in Segment_N \mid |A_x(v) - A_x(u)| > 1\}$ die Menge der *langen Kantensegmente* von A und $ShortSeg_A = \{(u, v) \in Segment_N \mid |A_x(v) - A_x(u)| = 1\}$ die Menge der *kurzen Kantensegmente* von A .

In Abbildung 4 ist $LongSeg_N = \{(s_2, t_2), (s_3, u_4), (u_1, u_2), (u_2, u_3), (u_4, t_4), (t_3, s_7), (s_7, t_5), (t_5, s_{10})\}$ und $ShortSeg_N = Segment_A \setminus LongSeg_A$.

3.2 Schichten und Linien

Die Netzknoten lassen sich in vorwärtsweisenden Kausalnetzanzordnungen auf einfache Weise horizontal und vertikal gruppieren.

Definition. [Schicht, Linie] Sei A eine Anordnung eines Kausalnetzes $N = (S, T, F, U, Z)$ und $i \in \{N\}_0$. $Layer_A^i := \{v \in S \cup T \cup U \mid A_x(v) = i\}$ heißt i -te Schicht von A und $Line_A^i := \{v \in S \cup T \cup U \mid A_y(v) = i\}$ heißt i -te Linie von A .

Für einen Knoten v von N schreiben wir auch $Layer_A(v) = i$ für $v \in Layer_A^i$ und $Line_A(v) = i$ für $v \in Line_A^i$. Für die Anordnung in Abbildung 4 gilt z. B. $Line_A^1 = \{s_2, t_2, s_5, s_6, t_4, s_8, t_5, s_{10}\}$, $Layer_A^6 = \{t_1, s_7\}$ und $Layer_A^{10} = \{s_{10}\}$.

3.3 Kreuzungen

Als Kreuzung bezeichnen wir eine Situation, in der sich zwei Kantensegmente in mindestens einem Punkt berühren, also im geometrischen Sinne schneiden.

Definition. [Relation \ll] Seien $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in \mathbb{N}_0^2$ zwei Zahlenpaare. Wir definieren die binäre Relation $\ll \subseteq \mathbb{N}^2 \times \mathbb{N}^2$ wie folgt: $(x_1, y_1) \ll (x_2, y_2) :\Leftrightarrow (x_1 \leq x_2 \wedge y_1 < y_2) \vee (x_1 < x_2 \wedge y_1 \leq y_2)$ (Sprechweise: (x_1, y_1) liegt unterhalb von (x_2, y_2)).

Zwei Zahlenpaare sind genau dann durch \ll geordnet, wenn das erste Paar in mindestens einer Komponente echt kleiner und in der anderen Komponenten nicht größer als das zweite Paar ist. Offensichtlich ist \ll eine Halbordnung.

Definition. [Kreuzung] In einer Kausalnetzanzordnung A heißt ein Kantensegmentpaar (σ_1, σ_2) mit $\sigma_1 = (v_1, v'_1)$, und $\sigma_2 = (v_2, v'_2)$ Kreuzung von A (Notation: $\sigma_1 \otimes \sigma_2$), wenn entweder $A(v_1) \ll A(v_2)$ und $A(v'_2) \ll A(v'_1)$ oder $A(v_2) \ll A(v_1)$ und $A(v'_1) \ll A(v'_2)$. $Cross_A := \{(\sigma_1, \sigma_2) \in Segment_A \mid \sigma_1 \otimes \sigma_2\}$ bezeichnet die Menge aller Kreuzungen von A .

In Abbildung 4 ist $(u_4, t_4) \otimes (s_5, t_3)$ wegen $A(u_4) = (3, 0) \ll (3, 1) = A(s_5)$ und $A(t_3) = (4, 0) \ll (5, 1) = A(s_6)$. Insgesamt gilt somit $Cross_A = \{[(u_4, t_4), (s_5, t_3)], [(u_4, t_4), (t_3, s_6)], [(u_2, u_3), (s_7, t_5)], [(t_4, s_9), (s_7, t_5)], [(u_3, t_5), (t_4, s_9)]\}$. Abbildung 5 zeigt eine alternative Anordnung ohne Kreuzungen. Man beachte, daß das Kantensegment (u_1, u_2) zwar durch den Knoten s_7 hindurchläuft, aber nach unserer Definition keine Kreuzung mit einem anderen Kantensegment bildet.

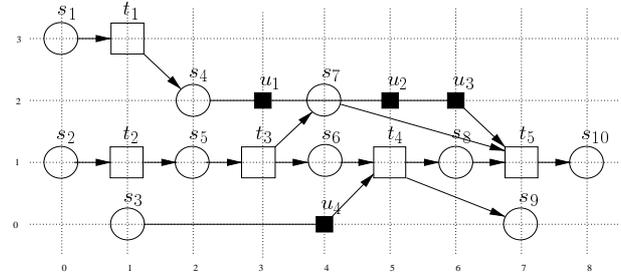


Abbildung 5: Anordnung ohne Kreuzungen

3.4 Knickpunkte

Als nächstes betrachten wir Stützknoten, an denen eine Kante ihre Richtung wechselt und somit einen ‘‘Knickpunkt’’ hat.

Definition. [Knickpunkt] Sei A eine vorwärtsweisende Anordnung eines Kausalnetzes $N = (S, T, F, U, Z)$ und f eine Kante von N . Ein Stützknoten u heißt Knickpunkt von f (Notation: $f \uparrow u$), wenn es zwei (benachbarte) Kantensegmente (v_1, u) und (u, v_2) in $Segment_N(f)$ gibt, so daß $A_y(v_1) \neq A_y(v_2)$. Die Menge $Bend(f) := \{u \in U \mid f \uparrow u\}$ heißt Knickpunktmenge von f und die Menge $Bend_A(N) := \{u \in U \mid \exists f \in F : u \in Bend(f)\}$ heißt Knickpunktmenge von A .

In Abbildung 5 gilt $(s_3, t_4) \uparrow u_4$ wegen $A_y(u_4) = 0 \neq 1 = A_y(t_4)$ und $(s_4, t_5) \uparrow u_3$ wegen $A_y(u_3) = 2 \neq 1 = A_y(t_5)$. Somit gilt $Bend_A(s_3, t_4) = \{u_4\}$, $Bend_A(s_4, t_5) = \{u_3\}$ und $Bend_A(N) = \{u_3, u_4\}$.

3.5 Berührungen

Durch quer durch die Graphik verlaufende Kanten kann es vorkommen, daß eine Kante einem ‘‘unbeteiligten’’ Knoten berührt oder durch ein Knotensymbol hindurchläuft.

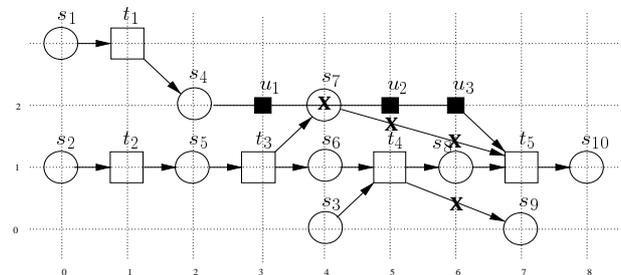


Abbildung 6: Traversierungspunkte

Definition. [Traversierungspunkt] Sei A eine vorwärtsweisende Anordnung eines Kausalnetzes N , $\sigma = (v_1, v_2)$ ein langes Kantensegment von N und i eine natürliche Zahl mit $A_x(v_1) < i < A_x(v_2)$. Dann ist der Traversierungspunkt von σ in der i -ten Schicht wie folgt definiert:

$$Traverse(\sigma, i) := A_y(v_1) + \frac{(i - A_x(v_1)) \cdot (A_y(v_2) - A_y(v_1))}{A_x(v_2) - A_x(v_1)}.$$

In Abbildung 6 sind alle Traversierungspunkte mit einem 'X' markiert. Es gilt $Traverse(s_7, t_5, 5) = \frac{5}{3}$, $Traverse(s_7, t_5, 6) = \frac{4}{3}$, $Traverse(u_1, u_2, 4) = 2$ und $Traverse(t_4, s_9, 6) = \frac{1}{2}$.

Definition. [Berührung, berührungsfrei] Sei A eine vorwärtsweisende Anordnung eines Kausalnetzes N . Ein Kantensegment $\sigma = (v_1, v_2)$ von N hat eine *Berührung* mit einem Knoten v von N (Notation: $\sigma \rightarrow v$), wenn es eine natürliche Zahl i gibt, so daß $A_x(v) = i$ und $|Traverse_A(\sigma, i) - A_y(v)| < 1$. $Touch_A := \{(\sigma, v) \mid \sigma \rightarrow v\}$ bezeichnet die Menge der Berührungen von A . A heißt *berührungsfrei*, wenn $|Touch_A| = \emptyset$.

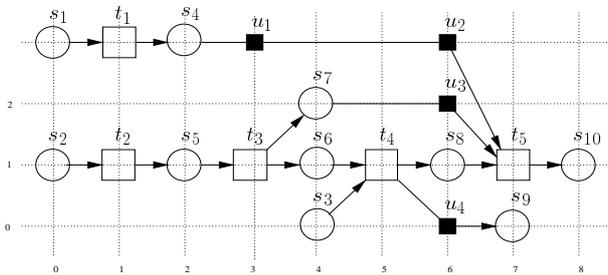


Abbildung 7: Berührungsfreie Anordnung

In Abbildung 6 gibt es z. B. wegen $|Traverse_A(s_7, t_5, 5) - A_y(s_7)| = \frac{2}{3} < 1$ eine Berührung zwischen (s_7, t_5) und u_2 . Weitere Berührungen sind $(u_1, u_2) \rightarrow s_7$, $(s_7, t_5) \rightarrow t_4$ oder auch $(t_4, s_9) \rightarrow s_8$. Abbildung 7 zeigt dagegen eine berührungsfreie Anordnung.

4 Anordnungstechniken

In diesem Abschnitt entwickeln wir Techniken, um Anordnungen für Kausalnetze zu erzeugen, die die zuvor definierten Eigenschaften *vorwärtsweisend*, *kreuzungsfrei* und *berührungsfrei* respektieren und somit besonders „ästhetisch“ sind.

4.1 Tiefenschichtung

Als *Tiefe* eines Netzknotens bezeichnen wir die Länge des maximalen Pfades zu einem minimalen Element. Das Prinzip der Tiefenschichtung besteht darin, jeden Knoten in derjenigen Schicht anzuordnen, die seiner Tiefe entspricht. Dies erweist sich als eine effektive Methode zur Erzwingung einer vorwärtsweisenden Anordnung minimaler Länge.

Definition. [tiefengeschichtet] Eine Anordnung A eines Kausalnetzes N heißt *tiefengeschichtet*, wenn

$\Delta(v) = Layer_A(v)$ für alle Netzknoten v von N .

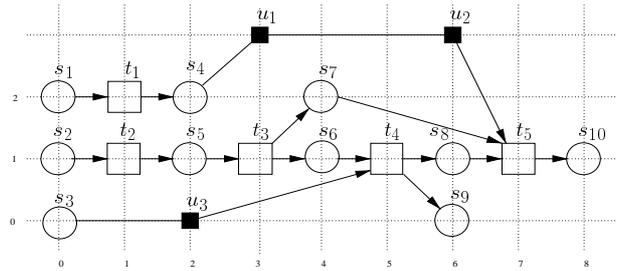


Abbildung 8: Tiefengeschichtete Anordnung

Die Anordnung in Abbildung 7 ist nicht tiefengeschichtet, da z. B. $\Delta(s_3) = 0 \neq 4 = Layer_A(s_3)$ und $\Delta(s_9) = 6 \neq 7 = Layer_A(s_9)$. Abbildung 8 zeigt dagegen eine alternative, tiefengeschichtete Anordnung.

4.2 Knickpunktnormierung

Anordnungen ohne Knickpunkte sind im Einzelfall zwar möglich, aber bei großen Netzen nicht realisierbar. Deshalb erlauben wir Knickpunkte, aber nur maximal einen pro Kante und auch nur zwischen dem vorletzten und letzten Kantensegment. Wir sprechen dann von *terminalen Stützknotten*.

Definition. [terminaler Stützknotten] Ein Stützknotten u eines topologischen Kausalnetzes $N = (S, T, F, U, Z)$ heißt *terminal*, wenn $Z(u) \in T$. Die Menge aller terminalen Stützknotten bezeichnen wir mit $Term_N$.

In einer tiefengeschichteten Anordnung bestehen die Kanten von Transitionen zu Stellen stets nur aus einem kurzen Segment. Somit können nur Kanten zwischen einer Stelle und einer Transition überhaupt Knickpunkte besitzen.

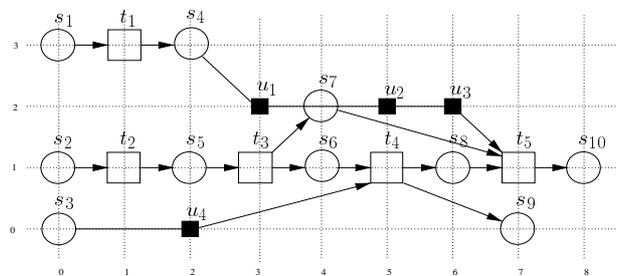


Abbildung 9: Knickpunktnormierte Anordnung

Definition. [knickpunktnormiert] Eine tiefengeschichtete Anordnung A eines Kausalnetzes N heißt *knickpunktnormiert*, wenn $Bend_A(f) \subseteq Term_N$ für jede Kante f von N .

Die Anordnung in 8 ist nicht knickpunktnormiert, da insbesondere $Bend_A(s_4, t_5) = \{u_1, u_2\} \not\subseteq Term_N = \{u_2, u_3\}$. Abbildung 9 zeigt eine alternative, knickpunktnormierte Anordnung.

4.3 Vollständige Stützung

In Abbildung 9 läuft das Kantensegment (u_1, u_2) mitten durch das Stellensymbol von s_7 hindurch. Dies tritt dann auf, wenn die Kante eine "Stützknotenlücke" hat und genau dort ein anderer Netzknoden liegt. Vermeidbar ist dies durch die Forderung, daß jede Kante in jeder durchquerten Schicht genau einen Stützknoten besitzt, d. h. überhaupt keine langen Kantensegmente existieren. Dann sorgt die Injektivität der Anordnung dafür, daß sich keine Kanten mit Netzknodensymbolen überlagern.

Definition. [lückenlos, vollständig gestützt] Sei A eine vorwärtsweisende Anordnung eines Kausalnetzes N . Eine Kante $f = (u, v)$ von N heißt *lückenlos*, wenn $|Segment_A(f)| = A_x(v) - A_x(u) - 1$. Die Anordnung A heißt *vollständig gestützt*, wenn alle Kanten lückenlos sind.

Die Anordnung in Abbildung 9 ist nicht vollständig gestützt. So gilt z. B. $A_x(t_5) - A_x(s_7) - 1 = 2 \neq 0 = |Segment_A(s_7, t_5)|$ und $A_x(t_5) - A_x(s_4) - 1 = 4 \neq 2 = |Segment_A(s_4, t_5)|$. Abbildung 10 zeigt dagegen eine vollständig gestützte Anordnung des Kausalnetzes.

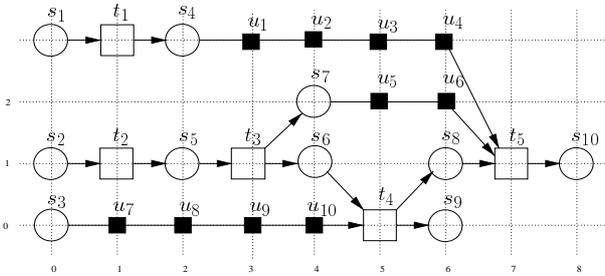


Abbildung 10: Vollständig gestützte Anordnung

4.4 Zentrierung

Durch die Tiefenschichtung wird jeder Netzknoden in eine Schicht eingeordnet und somit seine x -Koordinate festgelegt. Es bleibt das Problem der Zuordnung von y -Koordinaten an Netzknoden innerhalb der einzelnen Schichten, z. B. zur Beseitigung von Kreuzungen. Eine Technik hierfür bietet die *Zentrierung*, durch die eine Koordinatenzuordnung angestrebt wird, bei der ein Netzknoden möglichst "in der Nähe" seines Vor- und Nachbereich angeordnet wird.

Definition. [mittlere Vor- und Nachbereichs-

höhe] Sei A eine vorwärtsweisende Anordnung eines Kausalnetzes N und t eine Transition von N . Dann bezeichnet $AvgPre_A(t) := \sum_{s \in \bullet t} \frac{A_y(s)}{|\bullet t|}$ die *mittlere Vorbereichshöhe* von t und $AvgPost_A(t) := \sum_{s \in t \bullet} \frac{A_y(s)}{|t \bullet|}$ die *mittlere Nachbereichshöhe* von t .

In Abbildung 10 gilt z. B. $AvgPre_A(t_5) = 2$ und $AvgPre_A(t_4) = 0.5$ sowie $AvgPost_A(t_1) = 3$ und $AvgPost_A(t_3) = 1.5$.

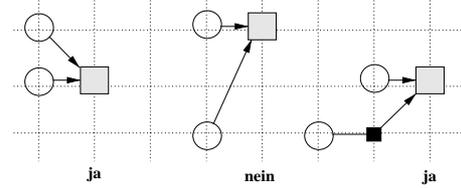


Abbildung 11: Vorbereichszentrierung

Definition. [vorbereichszentriert] Eine vorwärtsweisende Anordnung A eines Kausalnetzes $N = (S, T, F, U, Z)$ heißt *vorbereichszentriert*, wenn $|A_y(s) - A_y(t)| < \frac{|t \bullet|}{2}$ für alle Stellen s mit $\bullet s = \{t\}$, $|AvgPre_A(t) - A_y(t)| < 1$ für alle Transitionen t und $A_y(u) = A_y(Z^{-1}(u))$ für alle Stützknoten u .

Abbildung 11 zeigt ein Beispiel für die Vorbereichszentrierung von Stellen.

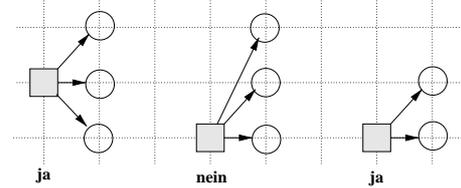


Abbildung 12: Nachbereichszentrierung

Definition. [nachbereichszentriert] Eine vorwärtsweisende Anordnung A eines Kausalnetzes $N = (S, T, F, U, Z)$ heißt *nachbereichszentriert*, wenn $|A_y(s) - A_y(t)| < \frac{|t \bullet|}{2}$ für alle Stellen s mit $s \bullet = \{t\}$, $|AvgPost_A(t) - A_y(t)| < 1$ für alle Transitionen t und $A_y(u) = A_y(Z(u))$ für alle nicht-terminalen Stützknoten u .

Mit anderen Worten: Alle Stützknoten haben die gleiche y -Koordinate wie ihr Nachfolgerknoten, alle Transitionen haben eine y -Koordinate, die maximal um 1 von der mittleren Höhe der Nachbereichsstellen abweicht und alle Stellen haben eine y -Koordinate, die weniger als die halbe Vorbereichsgröße von der y -Koordinate der Nachbereichstransition abweicht. Abbildung 12 zeigt ein Beispiel für die Nachbereichszentrierung von Transitionen.

Eine Kausalnetzanordnung heißt *zentriert*, wenn sie vorbereichs- und nachbereichszentriert ist. Die An-

ordnung in Abbildung 10 ist nicht zentriert, da insbesondere t_5 wegen $A_y(t_5) = 1 \neq 2 = AvgPre_A(t_5)$ nicht vorbereichszentriert und s_5 wegen $A_y(s_5) = 2 \neq 1 = AvgPost_A(s_5)$ nicht nachbereichszentriert ist. Abbildung 13 zeigt dagegen eine alternative, zentrierte Anordnung.

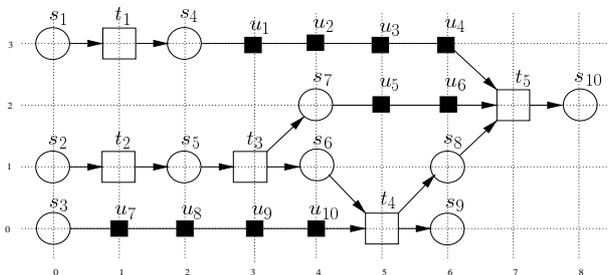


Abbildung 13: Zentrierte Anordnung

4.5 Koordinatentausch

In vielen Fällen lassen sich Kantenkreuzungen durch wiederholte strikte Anwendung von Vor- und Nachbereichszentrierungen vermeiden. Diese Methode versagt jedoch insbesondere dann, wenn zwei minimale Stellen oder zwei Stellen im Nachbereich einer Transition schlicht in der falschen Reihenfolge angeordnet werden. Dieses Problem läßt sich dann nur durch einen Koordinatentausch lösen.

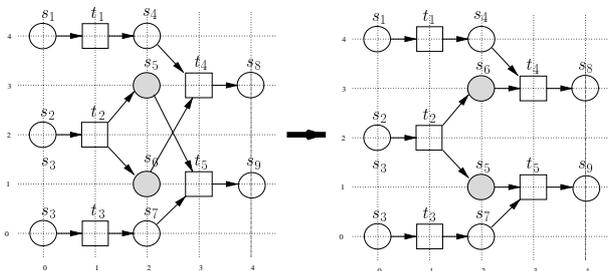


Abbildung 14: Koordinatentausch

Abbildung 14 zeigt ein typisches Beispiel: Die Kantenkreuzung $(s_5, t_5) \otimes (s_6, t_4)$ ist auf die ungünstige Anordnung der Stellen s_5 und s_6 zurückzuführen. Durch eine Zentrierung läßt sich diese Kreuzung offensichtlich nicht entfernen (da alle beteiligten Stellen und Transitionen bereits vorbereichs- und nachbereichszentriert sind), wohl aber durch Koordinatentausch der beiden betroffenen Stellen.

5 Algorithmus

Zum Abschluß skizzieren wir einen Algorithmus, der die Anordnung eines beliebigen Kausalnetz gemäß der entwickelten Kriterien und Techniken durchführt. Der Algorithmus liefert eine tiefengeschichtete, vorwärtsweisende, berührungsfreie und knick-

punktnormierte Anordnung mit i. d. R. wenigen Kreuzungen. Er approximiert das inhärent NP-vollständige Problem mit polynomialem Aufwand.

Algorithmus 1 Kausalnetzanordnung

function: KAUSALNETZ_ANORDNUNG(N_{in})

input:

Kausalnetz N_{in}

output:

Topologisches Kausalnetz N

Optimierte Anordnung A

begin

$(N, A) := \text{TIEFENSCHICHTUNG}(N_{in})$ 1

$(N, A) := \text{VOLLSTÄNDIGE_STÜTZUNG}(N, A)$ 2

$A := \text{ZENTRIERUNG}(N, A, PRE, 1, MaxX_A)$ 3

$A := \text{KREUZUNGS_REDUZIERUNG}(N, A)$ 4

return (N, A) 5

end

Zunächst wird eine Tiefenschichtung generiert (Zeile 1). Nach Einfügung von Stützknoten bis zur vollständigen Stützung (Zeile 2) wird eine schichtweise Vorbereichszentrierung ausgehend von den minimalen Elementen von links nach rechts durchgeführt (Zeile 3). Die nachfolgende Kreuzungsreduzierung führt sukzessive in jeder Schicht mit geradem Index eine Koordinatenvertauschung mit anschließender Vor- und Nachbereichszentrierung nach links und rechts durch, bis alle Kreuzungen beseitigt oder die Kreuzungsanzahl stagniert (Zeile 4). Die dabei entstandene Anordnung wird zurückgegeben (Zeile 5).

Literatur

- [1] J. Desel, T. Freytag und A. Oberweis. *Prozesse, Simulation und Eigenschaften netzmodellierter Systeme*. In: Entwurf komplexer Automatisierungssysteme (EKA 97), S. 141–162. Braunschweig, 1997.
- [2] J. Desel, T. Freytag, A. Oberweis und T. Zimmer. *The VIP project homepage*. World Wide Web. <http://www.aifb.uni-karlsruhe.de/InfoSys/VIP/overview/vip.html>.
- [3] J. Desel und A. Oberweis. *Verifikation von Informationssystemen durch Auswertung halbgeordneter Petrietz-Abläufe*. AIFB-Forschungsbericht 324. Karlsruhe, 1995.
- [4] P. Eades und K. Sugiyama. *How to Draw a Directed Graph*. Information Processing(13):424-437, 1990.
- [5] T. Freytag. *VIPtool - Ein halbordnungs-basiertes Simulations- und Validationswerkzeug für Petrietze*. In: Proceedings des 4. Workshop Algorithmen und Werkzeuge für Petrietze. Informatik-Bericht Nr. 85. Berlin, 1997. S. 7-12.
- [6] K. Sugiyama, S. Tagawa und M. Toda. *Methods for visual understanding of hierarchical system structures*. In: IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics, SMC-11(2):109–125, 1981.