

# Effiziente Streustrahlberechnung für die volle 3-D Volumenrekonstruktion in der Positronen-Emissions-Tomographie mittels vollständig symmetriebasierter Indizierung von Projektionsvektoren und Volumenvoxeln

Christian Thies<sup>1</sup>, Jürgen Scheins<sup>1</sup>, Fritz Boschen<sup>2</sup> und Hans Herzog<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institut für Medizin, Forschungszentrum Jülich, 52425 Jülich

<sup>2</sup>Lehrstuhl für Allg. Elektrotechnik und Theor. Nachrichtentechnik

Bergische Universität Wuppertal, 42119 Wuppertal

Email: cthies@fz-juelich.de

**Zusammenfassung.** In dieser Arbeit wird ein Indizierungschema für die effiziente Bestimmung des Streuanteiles bei der Positronen-Emissions-Tomographie (PET) für die etablierte Single Scatter Simulation (SSS) vorgestellt. Dabei findet eine beliebige Verteilung der betrachteten Streupunkte, und somit eine entsprechend dichte Auswertung der Streuanteile an den gemessenen Koinzidenzen statt. Das Indizierungschema wird offline erstellt, und auf unkorrigiert rekonstruierte Daten angewandt. Es wird ein sechszehntel aller möglichen Projektionslinien explizit berechnet und auf alle anderen durch Symmetrieoperationen abgebildet. Auf aktuell handelsüblicher Hardware (Pentium 4, 3 GHz, 2GB RAM) werden für die eigentliche Streustrahlberechnung bei einem angenommenen Detektormodell mit 72 Kristallen, 8 Ringen und 3200 zufällig verteilten Streupunkten 60 Sekunden benötigt. Dabei wurden 304.178.944 Linienintegrale für 71.424 Projektionslinien in einem Volumen mit 250.000 Voxeln ausgewertet.

## 1 Einleitung

Die Korrektur des Streustrahlenanteils bei der PET bildet einen Schritt in der quantitativen Volumenrekonstruktion gemessener Zerfallsereignisse. Aufgrund von Compton Streuung kommt es auf dem Weg durch das Gewebe zur Ablenkung der entstandenen Gammaquanten, so dass eine gemessene Line-of-Response (LoR) nicht der wahren LoR entspricht. Dieser statistische Streuanteil wird mittels Single Scatter-Modellierung aus den gemessenen Daten bestimmt [1]. Dabei wird für jede LoR der Anteil aller einfachen Streuereignisse an zufällig im Volumen verteilten Streupunkten unter den entsprechenden Ablenkungswinkeln bestimmt. Die Anteile hängen von den integrierten Werten derjenigen Voxel ab, die von den Verbindungslinien eines Streupunkt zu den jeweiligen Endpunkten der LoR geschnitten werden. Im Gegensatz zur Computer-Tomographie fliegen Gammaquanten aus dem Patienten heraus in alle Raumrichtungen. Daher ist

die Bestimmung all derjenigen LoR erforderlich, die sich aus den paarweisen Kristallkombinationen ergeben, die von einem Streupunkt aus als koinzident detektierbar sind. Detektierbar sind Ereignisse nur dann, wenn der Streuwinkel so klein ist, dass die Energie des gestreuten Gammaquants oberhalb der Energieschwelle des Detektors bleibt. Dies ist die eigentlich zeitaufwändige Operation der Streustrahlkorrektur, da sie für jede Berechnung eines Streustrahlvektors die geometrische Bestimmung der geschnittenen Volumenelemente und der entsprechenden Schnittlänge unter dem Akzeptanzwinkel erfordert. Da es sich bei Streuung signaltheoretisch um niederfrequentes Rauschen handelt, läßt sich die Zahl der betrachteten Kristalle und Streuereignisse jedoch erheblich reduzieren. Zur Ermittlung der “geeigneten” reduzierten Detektorgeometrie ist ein flexibles Verfahren für unterschiedliche Geometrien sinnvoll.

Zur Beschleunigung der dreidimensionalen SSS werden einmal berechnete Werte der Streustrahlintegrale gespeichert und bei der Auswertung der LoR wiederverwertet [1, 2]. Zur Volumenrekonstruktion stehen Indizierungsschemata zur Verfügung, in denen Voxel entlang der einzelnen LoR durch Umsetzen von Indizes für Rotations- und Transaxialsymmetrien abgebildet werden [3]. In dieser Arbeit wird die Kristall- und LoR-Verteilung im Detektorzylinder nun so indiziert, dass 4 Basissymmetrien nutzbar sind um die Streustrahlen effizient und frei, für die dreidimensionale Detektorgeometrie zu bestimmen. Es werden keine Anforderungen an die Verteilung der Streuzentren und die resultierenden Streustrahlen gestellt (Abb. 1).

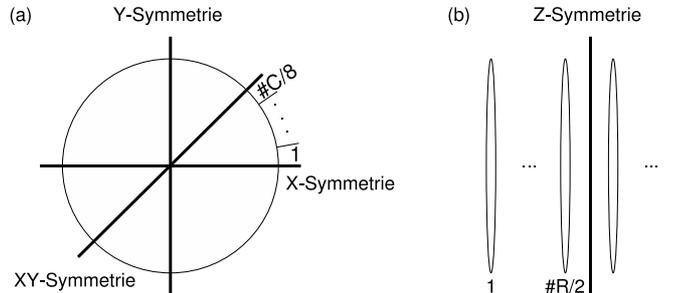
## 2 Methoden

Die Implementierung trennt zwischen dem aufwändigen Berechnen des geometrieabhängigen Indizierungsschemas und dessen effizienter Anwendung auf unkorrigierte Volumendaten.

### 2.1 Detektorgeometrie

Die modellierte Detektorgeometrie ergibt sich aus dem Ringradius, der Anzahl der Kristalle pro Ring ( $\#C$ ), der Anzahl der Ringe ( $\#R$ ) sowie deren axialer Dicke. Zusätzlich wird ein Field-of-View (FoV) als Zylinder in Form von frei wählbarem Radius, und Länge innerhalb des Detektorzylinders bestimmt. Die Annahme, dass Kristalle und Ringe ohne Lücken vorliegen, bedeutet technisch keine Einschränkung, da eventuelle Lücken beim Aufbereiten der dreidimensionalen Daten für die Rückprojektion berücksichtigt werden. Die Kristalle werden gegen den Uhrzeigersinn durchnummeriert und für jeden Kristall die acht symmetrischen Zuordnungen zu entsprechenden gegenüberliegenden Kristallen, an der X-/Y-Achse sowie der Winkelhalbierenden vorberechnet (Abb. 1, (a)). Damit ist die Zahl der Kristalle auf ein Vielfaches von Acht festgelegt. Im Dreidimensionalen ergibt sich zu der planaren Nummerierung die Ringzugehörigkeit eines Kristalls in axialer Richtung (Z-Achse). Als Symmetrieebene dient hier die Ringebene zwischen den Ringen  $\#R/2$  und  $\#R/2+1$  (Abb. 1, (b)).

**Abb. 1.** Die 3 Ringsymmetrien X,Y,XY erfordern die Verwaltung eines Achtels aller Detektorkristalle  $\#C$  pro Ring (a). Die Verwaltung der axialen Z-Symmetrie erfolgt für die Hälfte aller Ringe (b)



## 2.2 Projektionsgeometrie

Die Projektionsgeometrie ergibt sich aus denjenigen paarweisen Kristallkombinationen, deren Verbindung das FoV schneidet, wobei sich die Anzahl der LoR wie folgt berechnet:

$$\#\text{LoR} = \frac{\#C_F \cdot (\#C_F + 1)}{2} \cdot \#R^2 \quad (1)$$

Dabei ist  $\#C_F$  die Anzahl der Kristalle pro Ring, die von dem maximal breiten Fächer aller LoR von einem gegenüberliegenden Kristall durch das FoV getroffen werden. Für das volle FoV in einem Scanner wie dem ECAT Exact HR+ von Siemens mit 576 Kristallen und 32 Ringen ergibt sich mit  $\#C_F = 575$  und  $\#R = 32$  somit eine theoretische Gesamtzahl von 169.574.400 LoR. Die Ringsymmetrien der einzelnen Kristalle dienen nun der Vorberechnung der entsprechenden Symmetrien der paarweisen Kristallkombinationen einer LoR. Aufgrund der Zylinderform übertragen sich die planaren Symmetrien und somit validen LoR in der XY-Ebene axial auf alle Ringe. Daher lässt sich die Z-Symmetrie entkoppelt von den XY-Symmetrien platzsparend modellieren. Für jede LoR bzw. Kristallkombination existiert damit ein eindeutiger Index bzw. eine Speicherstelle, auf die ohne zeitaufwendige geometrische Operationen zugegriffen wird.

## 2.3 Volumengeometrie

Die Volumengeometrie basiert auf dem frei wählbaren, äquidistanten Sampling eines dreidimensionalen Quaders in entsprechende Volumenelemente (Voxel). Die Werte der Voxel dienen sowohl der Beschreibung des unkorrigierten Emissionsals auch des Transmissionsbildes, die aus der Rückprojektion der entsprechend gemessenen Detektordaten bestimmt werden. Die Indizes der Voxel werden analog zu den Indizes der LoR in Form von 16 Symmetriefeldern mit dem gleichen Ursprung des Koordinatensystems wie Detektor und FoV angeordnet. Damit wird auch hier lediglich der sechszehnte Teil der Indizes zu den räumlichen Voxelgeometrien vorberechnet [3].

## 2.4 Streustrahlen-Template

Ein Template verwaltet die Indizes der Voxel aller Linien die den Streupunkt mit allen Kristallen verbinden, alle sich daraus ergebenden LoR sowie die Winkel zwischen den jeweiligen Endpunkten der LoR und dem Streupunkt. Das Datenfeld der Voxelindizes hat die Dimensionen:  $\#R \cdot \#C \times 16 \times \text{Voxel}$  pro Linie. Es wird für einen Streupunkt, ein Volumen und einen maximalen Streuwinkel erzeugt (00). Die Linien werden für alle Kristalle und alle 16 Symmetriefelder bestimmt und so 16 Repräsentationen des Streupunktes generiert (01-04). Dabei werden nur die Kristalle jener LoR betrachtet, deren Winkel über den Streupunkt so groß ist, dass der davon abhängige streuungsbedingte Energieverlust die Energie eines Gammaquants nicht unter die untere Energieschwelle des Detektors drückt (05-11). Die Voxelindizes der beteiligten LoR und die jeweiligen Winkel werden unabhängig von konkreten Voxeldaten einmalig berechnet und gespeichert (12).

```

00 GenerateTemplate (Volume V, ScatterPoint S, MaxScatterAngle M)
01 for Crystal = 0 to #C * #R; Crystal++
02   for Sym = 0; Sym < 16; Sym++
03     (A,B) = getSymmetricLinePoints(S, CrystalCenterPoints[Crystal], Sym)
04     LineVoxelIndicies[Crystal][Sym] = getVoxelIndiciesForLine(A,B,V);
05 #CLOrs = 0
06 for LoR = 0 to #LoRs, LoR++
07   (A,B) = getLoRPoints(LoR);
08   if Angle(SA,SB) > M
09     ContributingLoRs[#CLOrs] = LoR
10     Angles[#CLOrs] = Angle(SA,SB)
11     #CLOrs++
12 Export LineVoxelIndicies, ContributingLoRs, Angles

```

## 2.5 Anwendung des Indizierungsschemas

Zur Anwendung wird ein gemessenes unkorrigiertes Volumen in der gleichen Dimension wie das vorberechnete Template benötigt (00). Ein Template für einen Streupunkt wird eingelesen (01) und dann zu allen Kristallen und Symmetrien, die entsprechenden Linienintegrale aus den Volumendaten berechnet (02-05). Das Feld der Integrale hat die Dimensionen  $\#R \cdot \#C \times 16$ . Es werden nur die Streubeiträge der LoR berechnet die tatsächlich im Template definiert wurden (06-11). Dabei wird der Streupunkt und mit ihm das Template automatisch in alle 16 Symmetriefelder gespiegelt. Auf diese Weise werden die Streuanteile aller LoR bestimmt, die von dem Streupunkt unter dem jeweiligen Winkel betroffen sind (10).

```

00 ApplyTemplate (Volume V)
01 Import LineVoxelIndicies, ContributingLoRs, Angles
02 for Crystal = 0 to #C * #R
03   for Sym = 0; Sym < 16; Sym++
04     for Voxel = 0; Voxel < #LineVoxelIndicies[Crystal][Sym]; Voxel++
05       Integrals[C][Sym] += V[LineVoxelIndicies[Crystal][Sym][Voxel]]
06 for LoR = 0 to #ContributingLoRs; LoR++
07   for Sym = 0; Sym < 16; Sym++
08     CurLoR = getSymmetricLoR(ContributingLoRs[LoR], Sym)
09     (A,B) = getLoRCrystals(CurLoR);
10     SSS = Scatter[Integrals[A][Sym], Integrals[B][Sym], Angles[LoR]]
11     LoRScatter[CurLoR] = LoRScatter[CurLoR] + SSS;

```

**Tabelle 1.** Laufzeiten und Dateigrößen für zwei Projektionsgeometrien

#C	#R	Dateigröße	Zeit-Aufbau	# Linien	Zeit-Anwendung	# Integrale
120	16	737 MB	6 min	783.360	20 Min	2.804.006.464
72	8	119 MB	80 s	71.424	60 s	304.178.944

### 3 Ergebnisse

Für einen Radius von 825 mm und ein FoV von 583 mm wurde ein Volumen von  $50 \cdot 50 \cdot 100$  Voxeln erzeugt. Darauf wurden Indizierungsschemata für eine Annahme, sowie eine Referenzanwendung [2] berechnet (Tab. 1). Es wurden jeweils 200 Streupunkten im FoV angegeben und mittels der 16 Symmetrien auf 3200 Punkten angewandt, um die Dateigrößen und Laufzeiten zu untersuchen.

### 4 Diskussion

Die Größe der Datei mit den Streustrahlen-Templates hängt bei festgelegter Projektionsgeometrie von der Zahl der betrachteten Streupunkte ab und ist selbst mit 737 MB bei aktuell gängigen Plattengrößen von 300 GB vertretbar, zumal sie nur einmalig berechnet wird. Das vorgestellte Verfahren realisiert die notwendigen Operationen zur effizienten Datenauswahl für die dreidimensionale SSS ohne die in [2] angegebenen systematischen Einschränkungen in der Dimensionierung und Verteilung von Streupunkten und Detektorgeometrie. Die in [2] angegebenen Laufzeiten von 30-40 Sekunden auf einer Sun Ultra SPARC II mit 260 MHz liegen für 72 Kristalle und acht Ringe höher. Dafür wird das gesamte Volumen mit einer höheren Genauigkeit ausgewertet, da die Berechnung eine deutlich größere Anzahl im Raum verteilter LoR erfasst. Eine bessere Alternative sind lediglich noch zeitaufwändigere Monte Carlo Methoden.

Aufgrund der freien Skalierbarkeit ist eine flexible Anpassung an Detektorgeometrien möglich. Durch die Vorberechnung der Indizierung werden bei der Templateanwendung keine gleitkommabasierten Geometrieoperationen mehr benötigt. Die vorgestellte SSS lässt sich in ein iteratives Verfahren für die volle 3D Rekonstruktion integrieren [4].

### Literaturverzeichnis

1. Watson CC. New, faster, image-based scatter correction for 3D PET. *IEEE Trans Nucl Sci* 2000;47:1587–1594.
2. Werling A, Bublitz O, Doll J, Adam LE, Brix G. Fast implementation of the single scatter simulation algorithm and its use in iterative image reconstruction of PET data. *Phys Med Biol* 2000;47:2947–2960.
3. Scheins J, Boschen F, Herzog H. Analytical calculation of volumes-of-intersection for iterative, fully 3D PET reconstruction. *IEEE Trans Med Imaging* 2006;25(10):1363–1369.
4. Hudson HM, Larkin RS. Accelerated image reconstruction using ordered subsets of projection data. *IEEE Trans Med Imaging* 1994;4(13):601–609.