

Über das Auflösungsvermögen von Magnetic-Particle-Imaging

Tobias Knopp, Sven Biederer, Timo F. Sattel, Marlitt Erbe,
Thorsten M. Buzug

Institut für Medizintechnik, Universität zu Lübeck, Lübeck
`knopp@imt.uni-luebeck.de`

Kurzfassung. Das bildgebende Verfahren Magnetic-Particle-Imaging (MPI) ermöglicht die Bestimmung der örtlichen Verteilung super-paramagnetischer Nanopartikel in-vivo. Für eine 1D-Messesequenz kann die Bildgebungsgleichung des Verfahrens als Faltung formuliert werden. Anhand der Halbwertsbreite des Faltungskerns kann die erreichbare Ortsauflösung von MPI abgeschätzt werden. Dieses Maß berücksichtigt allerdings weder das Rauschen der Messdaten noch den möglichen Auflösungsgewinn, der durch eine Entfaltung erreicht werden kann. In dieser Arbeit wird die Modulationsübertragungsfunktion des Bildgebungsprozesses ausgewertet, um so das Auflösungsvermögen von MPI in Abhängigkeit vom Rauschen zu ermitteln.

1 Einleitung

Das bildgebende Verfahren Magnetic-Particle-Imaging (MPI) ermöglicht die Bestimmung der örtlichen Verteilung magnetischer Nanopartikel [1]. Durch eine schnelle Datenakquisition kann MPI zur Abbildung des schlagenden Herzens eingesetzt werden, wie in den ersten in-vivo Tierexperimenten gezeigt wurde [2]. Eine der medizinischen Zielapplikationen ist demnach die nichtinvasive Diagnose von Herzkrankheiten.

In [3] und [4] wurde unabhängig voneinander gezeigt, dass der MPI-Bildgebungsprozess für eine 1D-Messesequenz als Faltung formuliert werden kann. Dies ermöglicht es, Aussagen über das Auflösungsvermögen von MPI abzuleiten. In [5, 4] wurde dazu die Halbwertsbreite des Faltungskerns als Maß für die Auflösung verwendet. Zwei Dinge blieben dabei jedoch unberücksichtigt: zum einen geht das Signal-zu-Rausch-Verhältnis (englisch: Signal to Noise Ratio, SNR) der Messdaten nicht in das Auflösungsmaß ein. Zum anderen bleibt unberücksichtigt, dass die Auflösung durch eine Entfaltung deutlich verbessert werden kann.

In dieser Arbeit wird das Auflösungsvermögen von MPI durch analysieren der Modulationsübertragungsfunktion abgeschätzt. Der entwickelte Ausdruck berücksichtigt das SNR der Messdaten und wird anhand von experimentellen MPI-Daten validiert.

2 Material and Methoden

2.1 Bildgebungsgleichung

MPI verwendet für die Bildgebung zwei verschiedene Magnetfeldtypen. Dies ist zum einen ein statisches Selektionsfeld $H^S(x) = -Gx$, das linear mit der Gradientstärke G ansteigt und einen feldfreien Punkt (FFP) im Ursprung aufweist. Zum anderen wird ein homogenes dynamisches Anregungsfeld $H^D(t)$ verwendet, das den FFP durch den Raum bewegt und so den Messbereich abtastet. In einfachster Form steigt das Anregungsfeld linear mit der Zeit an und kann durch $H^D(t) = \theta t$, $t \in [-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}]$ mit der Feldanstiegsrate θ und der Repetitionszeit T beschrieben werden. Durch das Anregungsfeld wird der FFP linear im Raum verschoben und befindet sich zum Zeitpunkt t an der Position $\tilde{x} = \frac{\theta}{G}t$.

Die Feldänderung verursacht eine zeitliche und räumliche Änderung der Partikelmagnetisierung $M(x, t)$, die unter Annahme einer ausreichend schnellen Relaxationszeit in der Form $M(x, t) = c(x)\bar{m}(H(x, t))$ mit der Partikelkonzentration c und dem magnetischen Durchschnittsmoment \bar{m} geschrieben werden kann. Das in einer Empfangsspule induzierte Signal kann nach [3, 4] als Faltung

$$u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} c(x)\tilde{m}(G^{-1}\theta t - x) dx = (c * \tilde{m})(G^{-1}\theta t) \quad (1)$$

mit dem Faltungskern

$$\tilde{m}(x) := -\mu_0 p \theta \bar{m}'(Gx) \quad (2)$$

geschrieben werden. Dabei beschreibt p die Empfangsspulensensitivität und $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$ die Permeabilität im Vakuum. Die Position, an der die Faltung ausgewertet wird, ist gerade der FFP \tilde{x} , so dass die Bildgebungsgleichung nach der Koordinatentransformation $\tilde{x} = \frac{\theta}{G}t$ als gewöhnliche Faltung

$$s(\tilde{x}) := u\left(\frac{G}{\theta}\tilde{x}\right) = (c * \tilde{m})(\tilde{x}) \quad (3)$$

geschrieben werden kann. In der Realität wird das ideale Messsignal $s(\tilde{x})$ durch Rauschen ν mit Standardabweichung σ gestört, welches durch den Rauschwiderstand der Empfangsspulen verursacht wird.

2.2 Modulationsübertragungsfunktion

Ein bekanntestes Maß zur Untersuchung des Auflösungsvermögens von Bildgebungssystemen ist die Modulationsübertragungsfunktion (MTF) [6]. Diese gibt an, in welchem Maße der Kontrast einer abgebildeten Struktur durch eine Faltung gedämpft wird. Formal wird die MTF über die Fouriertransformierte des Faltungskerns definiert und ist durch

$$\text{MTF}(f) = \frac{|\hat{m}(f)|}{|\hat{m}(0)|} \quad (4)$$

mit $\hat{m}(f) = \mathcal{F}(\tilde{m}(x))$ gegeben. Die MTF ist so normiert, dass der Gleichanteil eines Signals einen Kontrast von eins hat. In Abbildung 1 ist die MTF des MPI-Bildgebungsprozesses für verschiedene Partikelgrößen dargestellt.

Um aus der MTF die maximal erreichbare Ortsauflösung zu bestimmen, wird im Folgenden eine Partikelverteilung

$$c(x) = c_0(1 + \sin(2\pi f_0 x)) \quad (5)$$

mit der Ortsfrequenz f_0 und der mittleren Konzentration c_0 betrachtet. Da die Faltung (3) im Frequenzraum durch eine Multiplikation mit der Fouriertransformierten des Faltungskerns beschrieben werden kann, gilt für das SNR

$$\text{SNR}(f_0) = \frac{c_0 |\hat{m}(f_0)|}{\sigma} = \frac{c_0 \text{MTF}(f_0) |\hat{m}(0)|}{\sigma} = \text{MTF}(f_0) \text{SNR}(0). \quad (6)$$

Zur Bestimmung der maximal erreichbaren Auflösung kann die Frequenz bestimmt werden, bei der das SNR unter den Wert eins fällt. Auflösen nach der Frequenz ergibt anschließend

$$f^{\max} = \text{MTF}^{-1} \left(\frac{1}{\text{SNR}(0)} \right), \quad (7)$$

wobei MTF^{-1} die Inverse der MTF bezeichnet. Diese sollte nicht mit der inversen Fouriertransformation \mathcal{F}^{-1} verwechselt werden. Um die Ortsfrequenz in ein Längenmaß R umzurechnen, kann

$$R = \frac{1}{2f^{\max}} = \frac{1}{2\text{MTF}^{-1} \left(\frac{1}{\text{SNR}(0)} \right)} \quad (8)$$

verwendet werden. Der Faktor $\frac{1}{2}$ ist nötig, um die Auflösung als die Größe des kleinsten noch auflösbaren Objektes anzugeben. Andere Definitionen geben die Auflösung als Breite eines gerade noch aufgelösten Linienpaares an.

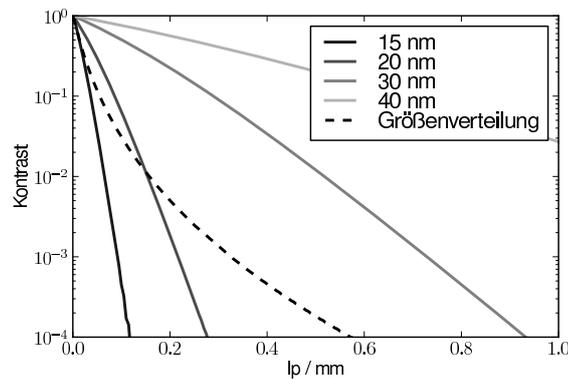


Abb. 1. MTF des MPI-Bildgebungsprozesses für verschiedene partikeldurchmesser und eine größenverteilung an Partikeln (Log-Normalverteilung mit einem Mittelwert von 16.4 nm und einer Standardabweichung von 4 nm).

Um die Auflösungsabschätzung (8) zu validieren, wurden Messungen mit dem in [7] veröffentlichten Single-Sided-MPI-Scanner durchgeführt. Zur Bestimmung der inversen MTF werden verschiedene Scannerparameter benötigt. Dies ist zum einen der Gradient G , der in dem betrachteten Messbereich von 1.5 mm bis 16.5 mm zwischen $0.8 \text{ Tm}^{-1}\mu_0^{-1}$ und $1.3 \text{ Tm}^{-1}\mu_0^{-1}$ variiert und zum anderen das SNR bei Frequenz null, das zwischen 90 und 680 liegt (Abb. 2). Weiterhin geht in die MTF die Partikelgrößenverteilung mit ein, die für den verwendeten Tracer Resovist durch eine Log-Normalverteilung mit 16.4 nm Mittelwert und 4 nm Standardabweichung beschrieben wird. Aufgrund der Ortsabhängigkeit der Gradientenstärke und des SNR variiert auch die erreichbare Auflösung. Diese wird mittels (8) in jedem Punkt im Messbereich separat bestimmt.

Zur Validierung der abgeschätzten Auflösungen wird die Auflösung des Systems mit einer Punktprobe vermessen, die durch den Messbereich bewegt wird. An jeder Position wird eine Messung durchgeführt und die Halbwertsbreite des rekonstruierten Punktes bestimmt.

3 Ergebnisse

In Abb. 3 sind die Rekonstruktionsergebnisse der Punktprobe sowie die gemessenen und abgeschätzten Auflösungen dargestellt. Wie man sieht, nimmt die Auflösung des Scanners mit dem Abstand zum Scanner ab. Dies liegt daran, dass bei der asymmetrischen Spulenanordnung sowohl der Gradient als auch das SNR mit Abstand zum Scanner fällt. Weiterhin ist erkennbar, dass zwischen der gemessenen und der abgeschätzten Auflösung eine gute Übereinstimmung vorliegt. Die bislang bei MPI betrachtete Halbwertsbreite des Faltungskerns weist eine deutliche Abweichung zu dem tatsächlichen Auflösungsverlauf auf.

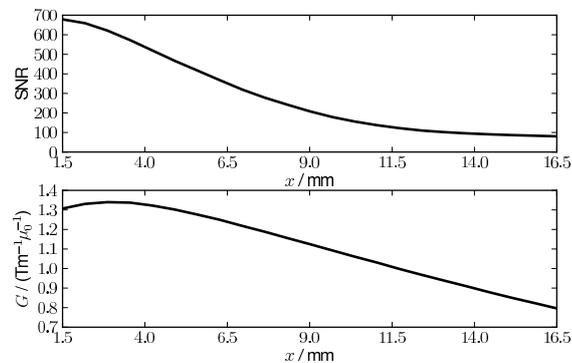
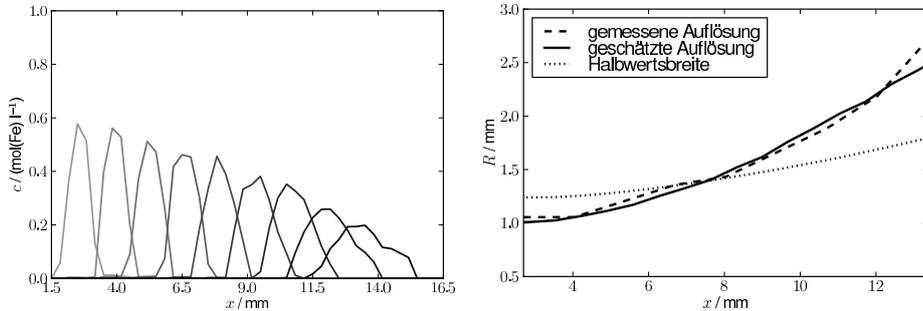


Abb. 2. SNR (oben) und Gradientenstärke (unten) des Single-Sided-MPI-Scanners in Abhängigkeit von der Position. Das Koordinatensystem ist so gewählt, dass die Oberfläche des Scanners bei $x = 0$ liegt.

Abb. 3. Rekonstruktionsergebnisse der Punktprobe (links) sowie die gemessenen und abgeschätzten Auflösungen (rechts).



4 Diskussion

In dieser Arbeit wurde das Auflösungsvermögen von Magnetic-Particle-Imaging mittels der Modulationsübertragungsfunktion untersucht. Es wurde ein Ausdruck zur Abschätzung der Auflösung hergeleitet, der anhand von MPI-Messdaten validiert wurde. Bislang wurde das Auflösungsvermögen von MPI durch die Halbwertsbreite des Faltungskerns abgeschätzt. Dieses Maß berücksichtigt aber weder das SNR der Messdaten noch den möglichen Auflösungsgewinn, der durch eine Rekonstruktion erzielt werden kann. Bei den betrachteten Daten liegt die Halbwertsbreite je nach Gradient zwischen 1.2 mm und 1.8 mm wohingegen die tatsächliche Auflösung zwischen 1.0 mm und 2.7 mm variiert. Das in dieser Arbeit vorgeschlagene Maß für die Auflösung stimmt dagegen mit der tatsächlichen Auflösung gut überein.

Literaturverzeichnis

1. Weizenecker BGJ. Tomographic imaging using the nonlinear response of magnetic particles. *Nature*. 2005;435(7046):1214–1217.
2. Weizenecker J, Gleich B, Rahmer J, et al. Three-dimensional real-time in vivo magnetic particle imaging. *Phys Med Biol*. 2009;54(5):L1–L10.
3. Schomberg H. Magnetic particle imaging: Model and reconstruction. *Proc IEEE ISBI*. 2010; p. 992–995.
4. Conolly PGS. The x-space formulation of the magnetic particle imaging process: one-dimensional signal, resolution, bandwidth, SNR, SAR, and magnetostimulation. *IEEE Trans Med Imaging*. 2010;29(11):1851–1859.
5. J Rahmer BGJB J Weizenecker. Signal encoding in magnetic particle imaging. *BMC Med Imaging*. 2009;9.
6. Buzug T. *Computed Tomography: From Photon Statistics to Modern Cone-Beam CT*. Berlin/Heidelberg: Springer; 2008.
7. Sattel T, Knopp T, Biederer S, et al. Single-sided device for magnetic particle imaging. *J Phys D Appl Phys*. 2009;42(1):1–5.