

## **Análise de Problemas de Estruturas Multiplicativas em Softwares (Desktop) de Ensino da Matemática Escolar: Um Estudo Exploratório**

**Adson Sarinho Gomes<sup>1</sup>, Maria Aparecida da Silva Barbosa<sup>1</sup>, Ernani Martins dos Santos<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Curso de Licenciatura em Matemática. Universidade de Pernambuco (UPE) Campus Mata Norte - Nazaré da Mata, PE - Brasil  
adsonsarinho@hotmail.com , masilvabarbosa@hotmail.com,  
ernani.santos@upe.br

***Abstract.** Through the suggestion of the guiding documents of education for the use of softwares in the teaching of mathematics, it is not clear to us which softwares bring activities that satisfy enoughly the concepts that involve certain contents. This study aimed to identify Freeware Software (Desktop) that involve the conceptual expectations of multiplicative structures according to Vergnaud's Theory of Conceptual Fields (1988). Although access to computers and the Internet grows more and more, the teaching of multiplication in the early years following the Vergnaud's theory still can not be supported by softwares because of the immediate and superficial character found in the analyzed activities.*

***Resumo.** Mediante a sugestão dos documentos norteadores da educação para o uso de softwares no ensino da matemática, não é evidente quais softwares trazem atividades que atendam satisfatoriamente os conceitos que envolvem determinados conteúdos. Este estudo buscou identificar Softwares Freeware (Desktop) que atendessem às expectativas conceituais das estruturas multiplicativas segundo a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1988). Embora o acesso à computadores e internet cresça cada vez mais, o ensino da multiplicação nos anos iniciais da educação básica, aos moldes da teoria vergnaudiana, ainda não pode ser apoiado por softwares devido ao caráter imediato e superficial encontrados nas atividades analisadas.*

### **1. Introdução**

A pesquisa desenvolvida está pautada na Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1988), onde é defendido que para a formação de um conceito é necessário que o aprendiz interaja com uma diversidade de situações, de maneira que cada situação envolva vários conceitos, formando um campo conceitual.

Embora exista a sugestão dos documentos norteadores da educação, como os Parâmetros Curriculares do Estado de Pernambuco [PERNAMBUCO, 2012] e os Parâmetros Curriculares Nacionais [BRASIL, 1999], por exemplo, para o uso de

*softwares* no ensino da matemática, não é evidente quais *softwares* trazem atividades que atendem satisfatoriamente a determinados objetivos educacionais.

O objetivo deste estudo foi investigar a existência de *softwares Desktop* (*softwares* para computadores pessoais) que abordassem situações-problema referentes ao campo conceitual das estruturas multiplicativas e analisar de que forma esta abordagem foi constituída. Focamos especificamente nas situações-problema, pois a diversidade de situações é necessária para que o aluno entre em contato com as várias estruturas multiplicativas, propiciando mais condições para apropriação do campo conceitual multiplicativo, dando significado às operações de multiplicação e divisão [VERGNAUD, 1983; 1988; 1990; 1991; 1997; 2003].

A identificação de *softwares* se fez necessária mediante a importância de analisar a abrangência qualitativa do enfoque didático presente neles. Visando auxiliar aos professores da educação básica na elaboração de abordagens de ensino e aprendizagem com esse tipo de recurso didático, a classificação dos problemas presentes nos softwares tem como referência o esquema proposto por Magina, Santos e Merlini (2016) que propuseram em seu estudo uma releitura da obra de Vergnaud (op.cit.).

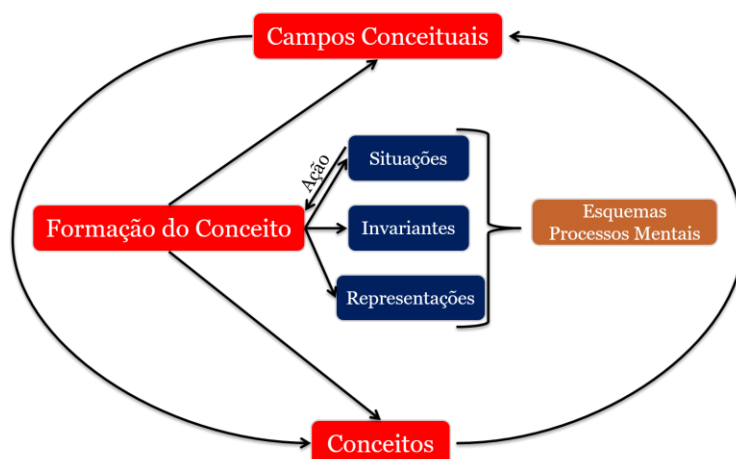
## 2. Aprendizagem da multiplicação e a Teoria dos Campos Conceituais

Após a divulgação dos resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) de 2015 pelo Ministério da Educação no ano de 2016, nota-se que o desempenho dos alunos em relação à matemática apresenta baixos índices, inclusive algumas etapas apresentaram índices piores que os avaliados 20 anos atrás. A matemática, desde os conteúdos mais básicos, usualmente é caracterizada enquanto uma disciplina cheia de fórmulas sem uso prático. Este tipo de preconceito pode ser concebido enquanto consequência da falta de significado daquilo que é aprendido, tornando seu estudo algo sem sentido.

A melhora do ensino da matemática há muito tempo tem sido alvo de estudo de diversos pesquisadores, em diversas correntes filosóficas. No que tange ao ensino das estruturas multiplicativas, Vergnaud (1983; 1988) aponta que para a apropriação do campo multiplicativo, é necessário que o aluno interaja com uma variedade de *situações* que se relacionem com diferentes *invariantes* e *representações*, de maneira que a formação do campo conceitual seja desenvolvida através de *esquemas*, onde os processos mentais devem permitir a apropriação do campo conceitual. Esta perspectiva pode ser simplificada através da Figura 01 a seguir.

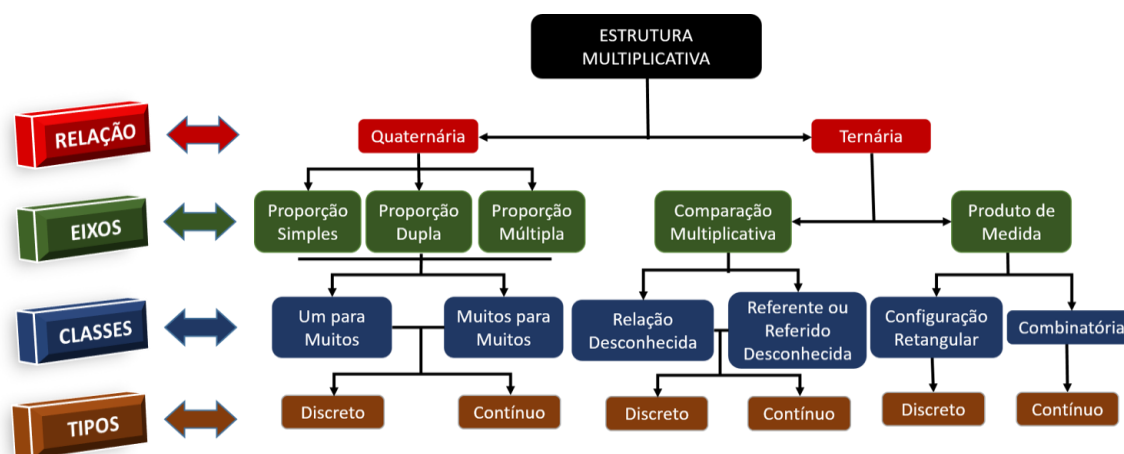
Ao garantir uma diversidade de situações nos processos de ensino e aprendizagem, é possível dar condições para que o aluno possa se deparar com as várias naturezas e abordagens dos problemas do campo multiplicativo, possibilitando mais condições para que o aluno desenvolva as competências e habilidades mencionadas nos parâmetros curriculares, preparando-o tanto para a escola quanto para a vida, permitindo-lhe exercer sua cidadania com mais recursos para o desenvolvimento da sua capacidade de resolver problemas.

Caso o aluno não tenha o contato com uma perspectiva de ensino que zele pela diversificação de situações, é possível que a aprendizagem ocorra de forma mecânica e memorística, pois a ausência do trabalho com a diversidade de problemas multiplicativos pode ocasionar uma carente e superficial compreensão das estruturas multiplicativas, omitindo o significado de sua aprendizagem por trás da automatização de algoritmos resolutivos.



**Figura 01. Processo de formação de conceitos com base na teoria de Vergnaud (1988)**

Magina, Santos e Merlini (2016), realizaram uma releitura da obra de Vergnaud (1988) referente ao campo das estruturas multiplicativas, a fim de facilitar a compreensão e apropriação do campo multiplicativo, sendo possível através desta releitura categorizar os problemas deste campo. O esquema construído por estes pesquisadores pode ser observado na Figura 02 a seguir:



**Figura 02. Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo baseado no esquema elaborado por Magina, Santos e Merlini (2016) baseado em Magina e Col. (2012).**

Através deste esquema é possível analisar, por exemplo, se as atividades presentes em um livro didático ou *software* trazem situações onde sejam abordados

adequadamente vários problemas que possam abranger o campo das Estruturas Multiplicativas, para que o aluno tenha condições de se apropriar adequadamente do campo multiplicativo, respeitando a diversidade de relações, eixos, classes e tipos.

Segundo Vergnaud (1983; 1988), por mais simples que uma situação possa parecer, ela envolve vários conceitos. A diversidade de situações envolvendo as estruturas multiplicativas, em suas várias instâncias, pode permitir que o aluno reconheça os invariantes operatórios e as representações, dando condições para que ele, ao aprender a lidar com tais situações, possa se inter-relacionar com outros conceitos de naturezas distintas, conduzindo-o à apropriação do campo conceitual multiplicativo e a atribuição de significado à sua aprendizagem.

### 3. Metodologia

Partindo da ideia de analisar softwares em nosso estudo, nossa primeira preocupação foi a de levantar um quadro bastante relevante de exemplares, para que pudéssemos explorar com o máximo de riqueza os problemas presentes nas abordagens de conteúdos referentes ao campo das Estruturas Multiplicativas, que poderiam ser vistos como algo útil para os professores que trabalham com a Matemática no Ensino Fundamental. Como critério de escolha dos softwares, utilizamos o portfólio de *softwares* educativos para o ensino da matemática do Website *EDUMATEC* ([www.edumatec.mat.ufrgs.br](http://www.edumatec.mat.ufrgs.br)).

Em seguida, foi realizada uma análise dos *softwares* quanto à existência de problemas e exercícios do campo multiplicativo, para que assim fosse possível classificar os problemas presentes nos *softwares* mediante seu envolvimento com as Estruturas Multiplicativas através do *esquema* (Figura 02) proposto por Magina, Santos e Merlini (2016), de maneira que fosse possível averiguar se os *softwares* livres, disponíveis na internet, nos portfólios mais populares, podem servir de subsídio de forma adequada ao professor no ensino de estruturas multiplicativas.

O procedimento de análise iniciou-se com a seleção das atividades envolvendo o campo conceitual das estruturas multiplicativas presentes nos softwares escolhidos. Posteriormente, as atividades seriam analisadas considerando três aspectos, a saber: (i) classificarmos de acordo com a matriz de referência de matemática (temas e seus descritores) adotada pelo SAEB [BRASIL, 2011] e pelos blocos temáticos adotados pelos PCN de Matemática para o ensino fundamental [BRASIL, 1997]; (ii) o tipo de número (natural ou racional); (iii) o significado multiplicativo presente na (comparação multiplicativa; proporção simples: multiplicação um para muitos; proporção simples: multiplicação muitos para muitos; proporcionalidade múltipla; Divisão por partição; Divisão quota; Produto cartesiano: Combinatória; Área; Configuração Retangular. Todas as atividades dos softwares foram analisadas pelos pesquisadores do estudo aqui descrito. As discordâncias foram analisadas por um quarto avaliador, também independente, cuja classificação foi considerada a final. Cabe ressaltar que a análise não contempla atividades que envolviam apenas a computação numérica (algoritmo).

#### 4. Análises e resultados

Ao analisar os *softwares* encontrados, foi identificada uma carência de produções voltadas ao Campo Multiplicativo que abordassem adequadamente uma variedade de situações, pois as situações proporcionadas nas atividades analisadas não estimulavam a reflexão do aluno e basicamente requeriam operações aritméticas sem contexto. As características mais comuns da abordagem dos *softwares* analisados em relação à multiplicação foram a superficialidade, imediatez e carência de significado multiplicativo nas atividades, ressaltando assim a ausência de problemas.

Dentre os *softwares* analisados, aqueles que abordaram de forma mais intensa algumas estruturas multiplicativas foram os jogos. Entretanto, não fugiam das características já citadas, pois os invariantes das operações básicas são tratados sem diversidade ou profundidade conceitual, apresentando única e exclusivamente o uso de operações aritméticas sem uma contextualização onde fosse possível abordar as estruturas multiplicativas apresentadas por Magina, Santos e Merlini (2012), resumindo-se em cálculos sem significado com a narrativa do jogo.

Alguns exemplos das atividades citadas podem ser encontrados nas Figuras 03, 04, 05, 06, e 07 a seguir.



Figura 03: Jogo Timez Attack



Figuras 04 e 05: Jogo Math Blaster



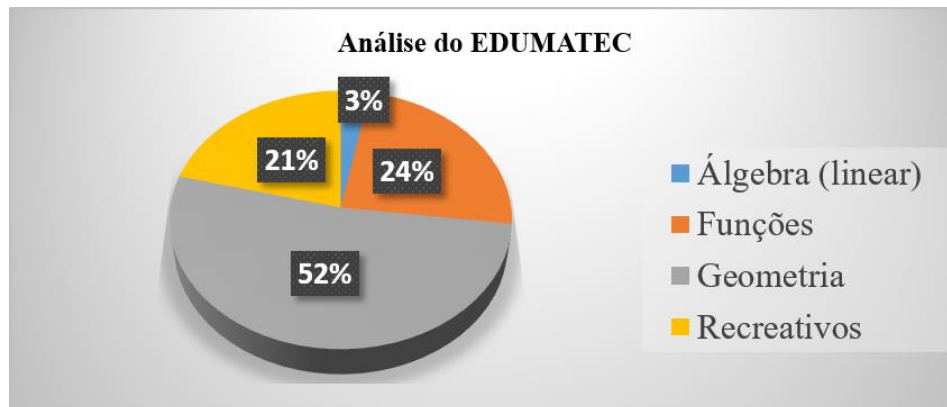


**Figura 06: Jogo Mario, The Mathematician**



**Figura 07: Jogo Tux Math**

Além dos jogos, os *softwares* que abordaram a matemática podem ser categorizados, isto é, são *softwares* que foram desenvolvidos com a finalidade de abordar um conteúdo ou área específica. Na Figura 08 a seguir, pode ser observado o panorama da abordagem dos softwares do site EDUMATEC (Educação Matemática e Tecnologia Informática) que é fomentado pelo curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS (Universidade Federal do Rio Grande do Sul) em relação às áreas afins da matemática que podem ser encontradas nos softwares disponibilizados.



**Figura 08: Análise do EDUMATEC <[www.edumatec.mat.ufrgs.br](http://www.edumatec.mat.ufrgs.br)>**

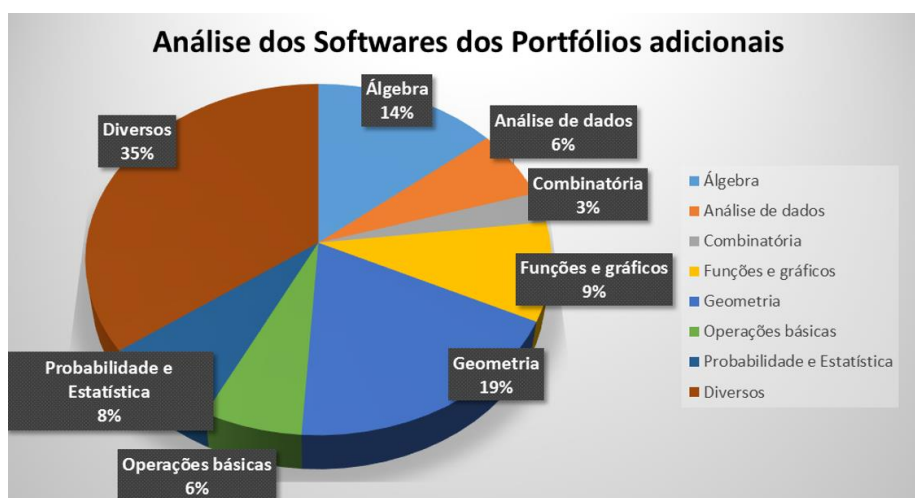
Tendo em vista que nenhum dos *softwares* do portal EDUMATEC sequer focava em estruturas multiplicativas e sua diversidade de abordagens inerentes, novos portais de *softwares* para o ensino da matemática foram incluídos nesta pesquisa, listados na Tabela 01 a seguir.

**Tabela 01: Portfólios adicionais**

NOME	ENDEREÇO
CLASSE – Universidade Federal de Santa Catarina (Classificação de Software Livre Educativo)	<a href="http://classe.geness.ufsc.br/index.php/CLASSE">http://classe.geness.ufsc.br/index.php/CLASSE</a>

Software Livre na Educação	<a href="https://softwarelivrenaeducacao.wordpress.com/software-livres-educacionais">https://softwarelivrenaeducacao.wordpress.com/software-livres-educacionais</a>
IME UNICAMP	<a href="http://m3.ime.unicamp.br/recursos/midia:software">http://m3.ime.unicamp.br/recursos/midia:software</a>
Wikiversidade	<a href="https://pt.wikiversity.org/wiki/Lista_de_repositórios_de_recursos_educacionais_disponíveis_online#BVCH_Livros_Brasileiros">https://pt.wikiversity.org/wiki/Lista_de_repositórios_de_recursos_educacionais_disponíveis_online#BVCH_Livros_Brasileiros</a>
Relatório UFRGS	<a href="https://www.ufrgs.br/soft-livre-edu/wiki/Tabela_Dinâmica_Software_Educacional_livre">https://www.ufrgs.br/soft-livre-edu/wiki/Tabela_Dinâmica_Software_Educacional_livre</a>

Na análise dos portais adicionais, identificamos a mesma tendência do EDUMATEC, uma vez que os *softwares* destes portfólios adicionais focam em alguma área específica da matemática, principalmente geometria e álgebra e, mais uma vez, não foram encontrados softwares adequados que trouxessem uma diversidade de situações que permitissem uma pluralidade de interações entre situações, invariantes e representações, nem uma abordagem que abrangesse problemas que pudessem ser classificados com o esquema de Magina, Santos e Merlini (2016). A análise destes portais é apresentada sinteticamente na Figura 09 a seguir.



**Figura 09: Análise dos softwares dos portais adicionais (Tabela 01)**

Como os portais analisados não apresentaram *softwares* que atendessem ao objetivo de pesquisa deste estudo, foram analisados os softwares presentes no Linux Educacional 5.0, que é um sistema operacional livre desenvolvido especificamente com a finalidade de fomentar recursos digitais para o ensino. Os softwares para o ensino da matemática que vêm pré-instalados por padrão, são listados na tabela a seguir.

**Tabela 02: Softwares presentes no Linux Educacional 5.0**

NOME	FOCO DA ABORDAGEM
KAlgebra	Calculadora gráfica
KmPlot	Desenho com funções matemáticas
KBrush	Exercícios com fração
GeoGebra	Matemática dinâmica
Kig	Geometria dinâmica
Cantor	Interface para softwares matemáticos sobre conjuntos
Rocs	Teoria dos grafos
WinPlot	Gerador de gráficos

Dentre os softwares listados, o que poderia abordar as estruturas multiplicativas com menos superficialidade seria o *KBrush* por trabalhar com frações, entretanto, o software traz apenas exercícios que requerem o uso de operações algorítmicas sem uma abordagem conceitual. Os demais softwares do Linux Educacional 5.0 focam em especificidades de outras áreas além da multiplicação.

Assim, especulamos que o foco do público alvo dos softwares que abordam as estruturas multiplicativas envolve pessoas que tenham o interesse em aprender matemática apenas por recreação. Entretanto, a plataforma *Desktop* apresenta *softwares* que atendem razoavelmente bem a algumas áreas mais avançadas da matemática, apesar de que ainda seja iminente o déficit na formação dos conceitos operatórios básicos.

Nesta perspectiva, a responsabilidade não deve ser direcionada de forma pejorativa aos programadores, afinal, em geral, eles não detêm o conhecimento pedagógico e conceitual necessários para o desenvolvimento de um recurso didático robusto. Entretanto, se a finalidade é desenvolver um *software* para o ensino da matemática e o programa não possuir fundamentação conceitual e pedagógica, não seria esse um impasse nos objetivos de tal recurso?

Identificamos que há uma preocupante carência de *softwares* voltados para o ensino da multiplicação e, dentre eles, os que abordam estruturas multiplicativas, em geral, são jogos, os quais costumam realizar uma abordagem de forma superficial e se basear na proposta de desafios para a resolução de operações aritméticas sob uma contagem regressiva de tempo que obriga o usuário a inserir respostas sem contexto, raciocínio ou emprego de conceitos e estruturas multiplicativas.

Outra característica comum é a cronicidade das produções, pois uma boa parte dos *softwares* tem compatibilidade restrita a sistemas operacionais antigos e quase obsoletos como o Sistema Operacional Windows XP (lançado em 2001), os quais não funcionam em máquinas atuais. Isto sugere que os desenvolvedores devem estar migrando para outras plataformas, como versões recentes do Windows, Android ou IOS.

Ao se pensar nas possíveis causas, muitas podem ser as hipóteses sobre esta questão. Algo que deve ser levado em conta é que, apesar da abordagem precária, as



instituições governamentais costumam fomentar as escolas com equipamentos e formação através de programas como UCA (Um Computador por Aluno) baseado na iniciativa americana do OLPC (One Laptop Per Child), PROINFO (Programa Nacional de Tecnologia Educacional) e em especial, em Pernambuco, o Programa Aluno Conectado e o Programa Professor Conectado, etc. Mesmo com tal oferta, o desenvolvimento de *softwares* educativos para computadores pessoais voltados para o ensino da matemática na plataforma Desktop aparenta estar em recessão. Na busca de causas, uma breve análise do mercado pode sugerir o panorama do atual cenário que sustenta tanto o fomento tecnológico industrial quanto o doméstico. A Figura 10 a seguir apresenta uma notícia que revela uma tendência atual que reflete tanto no mercado nacional quanto internacional.



**Figura 10: Notícia<sup>1</sup> sobre recessão do mercado de computadores pessoais**

Como consequência disto, os desenvolvedores de *softwares* não comerciais, que tem boa parte do lucro obtida através de propagandas disponíveis nos *softwares* (*Adware*, *Shareware* e derivações), não encontram mais um ambiente de geração de lucro que permita uma atividade economicamente sustentável no desenvolvimento de *softwares* para o mercado de computadores pessoais, restando apenas migrar para tendências mais populares como sistemas comuns em celulares e *tablets*.

Este cenário é confirmado pelo IBGE, (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) através dos dados divulgados pela PNAD (Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios) divulgada em 25/11/16, que revela<sup>2</sup> que a quantidade de internautas brasileiros ultrapassou a casa dos 100 milhões e o ano de 2015 foi o primeiro a registrar redução no quantitativo de casas que possuíam computador com acesso à internet. Ao comparar dados de 2014 e 2015, a presença de computadores nos domicílios caiu de aproximadamente 32,5 milhões para 31,4 milhões. A quantidade de residências que possuíam computadores com acesso à internet também caiu de 28,2 para 27,5 milhões. "Isso se deve ao crescimento do acesso por meio de outros equipamentos e em outros locais que não o domicílio", analisa o IBGE, sugerindo que o celular tem ganhado bastante espaço e a preferência do brasileiro.

<sup>1</sup> Reportagem disponível em <http://olhardigital.uol.com.br/noticia/empresas-de-pcs-podem-deixar-o-mercado-ate-2020-se-nao-mudarem-diz-gartner/63724>. Acesso em 07 de Nov. 2016.

<sup>2</sup> Para mais informações, acesse a reportagem disponível em <http://g1.globo.com/tecnologia/noticia/2016/11/n-de-casas-com-computador-cai-pela-1-vez-no-brasil-diz-ibge.html>

Outra reportagem<sup>3</sup> destaca os dados da 27ª Pesquisa Anual de Administração e Uso de Tecnologia da Informação nas Empresas, realizada pela Fundação Getúlio Vargas de São Paulo (FGV-SP), divulgada em 13/04/2016. Com base em dados de 2015, esta reportagem revela que, atualmente no Brasil, há cerca de 168 milhões de smartphones em uso, contra 160 milhões de computadores. Os dados alertam ainda que de 2014 até meados de 2015, houve uma queda de cerca de 30% das vendas de computadores.

Neste contexto, a carência no desenvolvimento de *softwares* educativos para computadores é nada mais que um reflexo da sociedade atual e uma consequência da mudança do comportamento dos consumidores, o que acaba influenciando o trabalho dos programadores.

## 5. Considerações finais

Através deste estudo, notou-se que o uso de recursos tecnológicos com a finalidade educativa deve receber bastante atenção, pois apesar de haver muitos *softwares* livres disponíveis na internet, eles atendem relativamente bem a algumas áreas (como álgebra e geometria), mas outras áreas, como a formação de conceitos do Campo Conceitual Multiplicativo, não são atendidas de forma satisfatória. Ao buscar o uso de um software enquanto recurso didático, deve ser feita uma avaliação prévia da viabilidade e adequação para os objetivos educacionais, pois apesar de que um dado *software*, a princípio, apresente indícios de trazer ganhos qualitativos para a prática docente, é possível que ele não traga uma variedade de situações que permita ao aluno uma apropriação do campo conceitual, fazendo com que ocorra uma aprendizagem superficial por processos repetitivos que permeiem déficits na aprendizagem.

Isto revela que, apesar da mídia informática trazer uma infinidade de possibilidades de uso de seus recursos no cenário educacional, em algumas áreas como o campo conceitual multiplicativo, estes recursos não estão sendo bem aproveitados. A ausência do fomento pedagógico no processo de desenvolvimento dos softwares incita lacunas que podem maquiagem a suposta qualidade de alguns softwares, concebendo-os em uma atividade sedenta ao fracasso.

Uma possível solução, a longo prazo, seria o estabelecimento de parcerias entre universidades detentoras tanto do fomento técnico quanto pedagógico, possibilitando assim que tanto os saberes conceituais e pedagógicos quanto técnicos poderiam ser aliados ao desenvolvimento de ferramentas que atendessem adequadamente a determinados objetivos educacionais.

Assim, seria possível promover uma maior variedade de situações onde seriam trabalhadas diferentes representações envolvendo diversos invariantes, provendo um ganho qualitativo no processo de formação de conceitos, possibilitando uma aprendizagem com mais significado, tanto para a escola quanto para a vida.

---

<sup>3</sup> <http://link.estadao.com.br/noticias/gadget,brasil-chega-a-168-milhoes-de-smartphones-em-uso,10000047873>.

Mediante as considerações apresentadas, notamos que, embora o acesso a recursos tecnológicos cresça cada vez mais, o ensino da multiplicação nos anos iniciais, aos moldes da teoria proposta por Vergnaud [1983; 1988; 1990; 1991; 1997; 2003], foco do presente estudo, (ainda) não pode ser fomentado por *softwares Desktop* devido ao caráter imediato e superficial presente nas atividades do campo multiplicativo encontradas nos softwares analisados.

## Referências

- BRASIL. Matriz da Prova Brasil e do SAEB. Caderno do SAEB, Brasília, 2011.
- BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (Matemática). Brasília, 1997.
- BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, 1999. 360 p.
- MAGINA, S.; SANTOS, A.; MERLINI, V. A Estrutura multiplicativa, sob a óptica da teoria dos Campos Conceituais: Uma visão do ponto de vista da Aprendizagem. Anais do II SIPEMAT, 2012.
- MAGINA, S. M. P.; MERLINI, V. L.; SANTOS, A. A estrutura multiplicativa à luz da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão com foco na aprendizagem. In: CASTRO FILHO, J. A.; BARRETO, M. C.; BARGUIL, P. M.; MAIA, D. L.; PINHEIRO, J. L. Matemática, cultura e tecnologia: perspectivas internacionais. Curitiba: CRV, 2016, pp.65-82.
- \_\_\_\_\_. A Estrutura Multiplicativa à luz da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão com foco na aprendizagem. In: CASTRO FILHO, J.; BARRETO, M.; BARGUIL, P.; MAIA, D.; PINHEIRO, J. (Orgs) Matemática, Cultura e Tecnologia: Perspectivas Internacionais. Curitiba: CRV, 2016.
- PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco - Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio / Secretaria de Educação de Pernambuco. Recife: SE. 2012.
- VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: R. LESH & M. LANDAU (Orgs.). Acquisition of mathematics: concepts and process. London: Academic Press, 127-174, 1983.
- \_\_\_\_\_. Multiplicative structures. In. HIEBERT, H. and BEHR, M. (Ed.). Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, 1988. p. 141-161.
- \_\_\_\_\_. La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des Mathématiques, v. 10, 133-171, 1990.
- \_\_\_\_\_. El niño, las Matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Mexico: Trillas, 1991.

\_\_\_\_\_. The nature of mathematical concepts. In: NUNES T.; BRYANT, P. (Orgs.). Learning and teaching mathematics: an international perspective. Hove: Psychology Press, p. 5-28, 1997.

\_\_\_\_\_. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, E. (Org.) Por que ainda há quem não aprende? A teoria. Ed. Vozes, RJ: Petrópolis, 2003.