

# **ANALYSIS OF VERTICAL DISTRIBUTION OF SPEED IN LAKE SHIRA ON THE BASIS OF DATA PROCESSING OF LONG-TERM MEASUREMENTS IN SUMMER PERIOD**

*Lidiya A. Kompaniets<sup>1</sup>, Olga S. Volodko<sup>2</sup>, Lyudmila V. Gavrilova<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Institute of Computational Modelling SB RAS, Federal Research Center Krasnoyarsk  
Science Center of the Siberian Branch of Russian Academy of Sciences,  
Krasnoyarsk, Russia

<sup>2</sup>Atlantic Branch of Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences,  
Kaliningrad, Russia

<sup>3</sup>Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia

## **Abstract**

The data obtained for Lake Shira at measurement of the three-dimensional velocity vector along the entire column of liquid were processed using the main component method. The decomposition into modal components allows us to isolate representative modes and give them a physical interpretation.

*Keywords: distribution of the velocity of flow along the depth, the method of principal components, decomposition on the modes*

# АНАЛИЗ ВЕРТИКАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ В ОЗЕРЕ ШИРА НА ОСНОВЕ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ДЛИТЕЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ В ЛЕТНИЙ ПЕРИОД

*Компаниец Л.А.<sup>(1)</sup>, Володько О.С.<sup>(2)</sup>, Гаврилова Л.В.<sup>(3)</sup>*

<sup>1</sup> Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

<sup>2</sup> Атлантическое отделение Института Океанологии РАН, Калининград

<sup>3</sup> Сибирский федеральный университет, Красноярск

Полученные для озера Ширы данные измерения трехмерного вектора скорости вдоль всего столба жидкости обрабатывались с использованием метода главных компонент. Разложение на модальные компоненты позволяет выделить репрезентативные моды и дать им физическую интерпретацию.

*Ключевые слова:* распределение скорости течения по глубине, метод главных компонент, разложение на моды.

**Введение.** Наличие внутренних волн является неизменным и наименее изученным эффектом, присущим стратифицированным озерам. Для исследования этих эффектов применяются различные методы, включая теоретический анализ аналитических решений и численные расчеты уравнений движения различного уровня.

Целью данного исследования является изучение трехмерной структуры внутренних волн в озере Ширы на основе результатов длительных измерений скорости в 2014-2015 годах.

Особенностью течения является то, что оно формируется под действием нескольких различных факторов, среди которых сложившаяся к началу измерений летняя стратификация и переменный ветер. Выделение составляющих течения представляет собой сложную задачу. Для решения этой задачи был использован метод главных компонент.

Этот метод широко применяется при разделении сигналов на составляющие в различных областях: медицине, электронике, где требуется уменьшение размерности полученных данных [1], и т.д. Начало применения его для анализа измерений в геогидродинамике положено работой [2]. В гидрофизических исследованиях этот метод применялся при исследовании скоростей течений, температуры, ветрового напряжения [3-4].

При анализе использовался метод главных компонент в комплексном варианте. Выбор этого варианта был основан на предварительном анализе как действительного, так и комплексного варианта.

Были рассчитаны эмпирические моды и модальные коэффициенты четырех длительных измерений горизонтальной скорости, проведен анализ энергетических свойств и сравнение с динамическими модами, полученными в результате решения системы уравнений для определения характера течения по вертикали в рамках трехслойной стратификации. Аналогичное сравнение было проведено для анализа течения в прибрежной зоне озера Орегон в работе [4].

**Описание приборов и эксперимента.** В настоящее время для измерения поля скоростей в поперечном сечении потока и расхода воды в реках, озерных и морских водах широко используются акустические доплеровские профилографы течения (Acoustic Doppler Current Profiler, далее – ADCP). ADCP используются при проведении гидрометрических съемок, ведении мониторинга поверхностных вод и в научных исследованиях. Они дают возможность применить новую технологию гидрометрических наблюдений.

Для данной работы натурные измерения проводились с помощью приборов ADCP фирмы R.D. Instruments (в дальнейшем RDI) 600 и 1200 кГц (рис. 1).

Эти модели ADCP имеют четыре ультразвуковых датчика-преобразователя для измерения скорости течения. Датчики размещены на головке прибора под углом 20° к его вертикальной оси, ширина луча 3°, мощность при передаче 35 Вт. Прибор может устанавливаться либо на судне (датчики-преобразователи направлены вниз), либо в стационарном положении на дне потока (датчики направлены вверх). ADCP способны определять трехмерную скорость вдоль

всего столба жидкости на глубину до 14 м (ADCP-1200) или до 60 м (ADCP-600). При этом столб жидкости разбивается на слои, по каждому из которых измеряется средняя скорость. В зависимости от выбранного размера слоя определяется глубина, на которой прибор начинает измерения и расстояние от дна или поверхности, на котором результаты измерений еще приемлемы. В приборы встроены компасы, что дает возможность измерять компоненты течения в земных координатах. Точность компаса  $\pm 0,5^\circ$ . Скорость измеряется в мм/с.



Рис. 1. Профилограф ADCP, расположение двух профилографов (ADCP-600 и ADCP-1200) в июне и в июле-августе 2015 г. в озере Шира.

Были проведены четыре длительных измерения:

1. ADCP600, 17/06/2014 – 30/07/2014,
2. ADCP1200, 01/07/2014 – 30/07/2014,
3. ADCP600, 01/07/2015 – 07/08/2015,
4. ADCP1200, 01/07/2015 – 07/08/2015.

**Метод главных компонент (эмпирических ортогональных функций).** Для выделения общей составляющей горизонтального течения по данным длительных измерений был применен метод главных компонент в комплексном варианте.

В самом кратком изложении комплексный вариант метода главных компонент позволяет оптимально описать поле скоростей течений  $w(z, t) = (u, v)$ , где  $u$  – восточная,  $v$  – северная компоненты скорости,  $Z$  – соответствующая система координат. В комплексном варианте поле течений записывается в виде

$$w(z_i, t_k) = u(z_i, t_k) + iv(z_i, t_k),$$

где  $t_k (k = 1, \dots, K)$  и  $z_i (i = 1, \dots, N)$  – переменные по времени и пространству соответственно.

При применении метода главных компонент комплексный вектор горизонтальной скорости записывается в виде

$$w(z_i, t_k) = \sum_{n=1}^N E_n(t_k) \varphi_n(z_i).$$

Собственные векторы корреляционной матрицы  $\varphi_n$  могут быть названы «комплексными эмпирическими ортогональными модами». Тогда комплексные амплитуды  $E_n(t_k)$  выражаются следующим образом:

$$E_n(t_k) = \sum_{i=1}^N \varphi_n^*(z_i) w(z_i, t_k),$$

$$\sum_{k=1}^K E_n^*(t_k) E_m(t_k) = \lambda_n \delta_{nm},$$

где  $\delta_{nm}$  – символ Кронекера,  $\lambda_n$  – собственные значения корреляционной матрицы.

Амплитуды двух различных мод не коррелируют друг с другом и собственные значения  $E_n(t_k)$  являются средним значением энергии по времени в разных модах.

В таблице выписаны характеристики первых шести мод для всех четырех измерений. Из таблицы видно, что во всех четырех измерениях достаточно первых пяти мод для достижения учета 90% энергии, этот факт подтверждает и рис. 2, где изображена накопленная доля общей энергии.

Характеристики первых шести мод.

	Мода 1		Мода 2				Мода 3				Мода 4				Мода 5				Мода 6					
	Измерения																							
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Собственные значения $\lambda_i$	$5,46 \cdot 10^{-3}$	$1,04 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$1,03 \cdot 10^{-2}$	$3,75 \cdot 10^{-3}$	$4,52 \cdot 10^{-3}$	$7,87 \cdot 10^{-3}$	$6,95 \cdot 10^{-3}$	$2,03 \cdot 10^{-3}$	$2,45 \cdot 10^{-3}$	$4,94 \cdot 10^{-3}$	$3,12 \cdot 10^{-3}$	$1,61 \cdot 10^{-3}$	$1,92 \cdot 10^{-3}$	$3,64 \cdot 10^{-3}$	$2,61 \cdot 10^{-3}$	$8,53 \cdot 10^{-4}$	$8,74 \cdot 10^{-4}$	$1,91 \cdot 10^{-3}$	$1,96 \cdot 10^{-3}$	$5,70 \cdot 10^{-4}$	$4,94 \cdot 10^{-4}$	$1,28 \cdot 10^{-3}$	$9,46 \cdot 10^{-4}$
$\lambda_i / \sum_{i=1}^N \lambda_i$	0,362	0,488	0,332	0,383	0,248	0,212	0,237	0,258	0,134	0,115	0,149	0,116	0,107	0,090	0,110	0,097	0,057	0,041	0,058	0,073	0,038	0,023	0,039	0,035

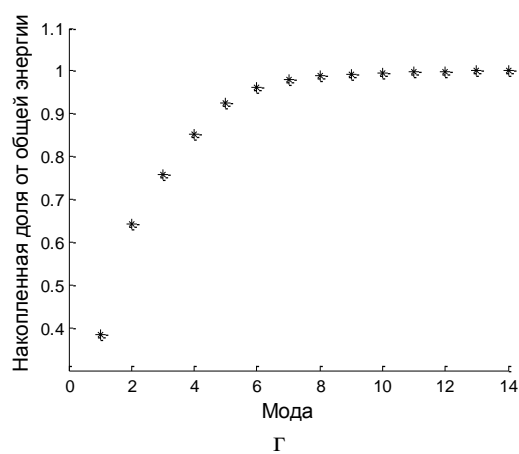
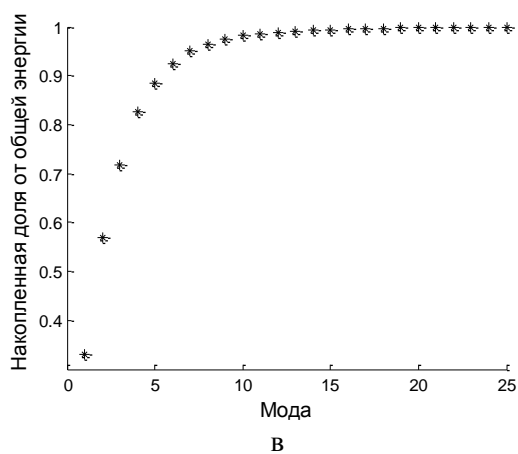
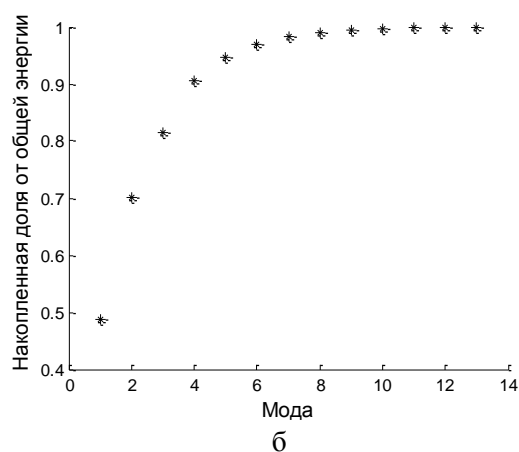
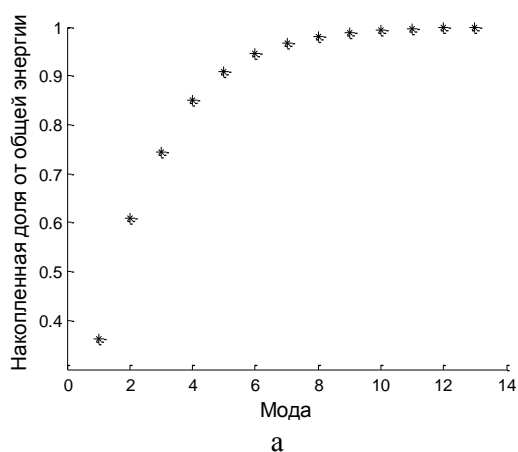


Рис. 2. Накопленная доля энергии для измерений а – измерение 1; б – измерение 2; в – измерение 3; г – измерение 4.

Для определения физического смысла полученного разложения нарисуем годографы главных компонент (рис. 3).

Моды нормированы таким образом, что на ближайшей к поверхности точке северная скорость нулевая.

Во всех измерениях вектор горизонтальной скорости в первой моде по крайней мере один раз меняет направление на противоположное при продвижении по глубине.

Как известно, моды определяются с точностью до комплексной константы, имеющей вид  $\exp(ia)$  [2, 3, 4]. Умножение на такую константу означает поворот всей спирали на один и тот же угол. При этом сохраняется поворот вектора скорости по часовой стрелке при увеличении глубины, как это бывает в модели Экмана для течения в северном полушарии.

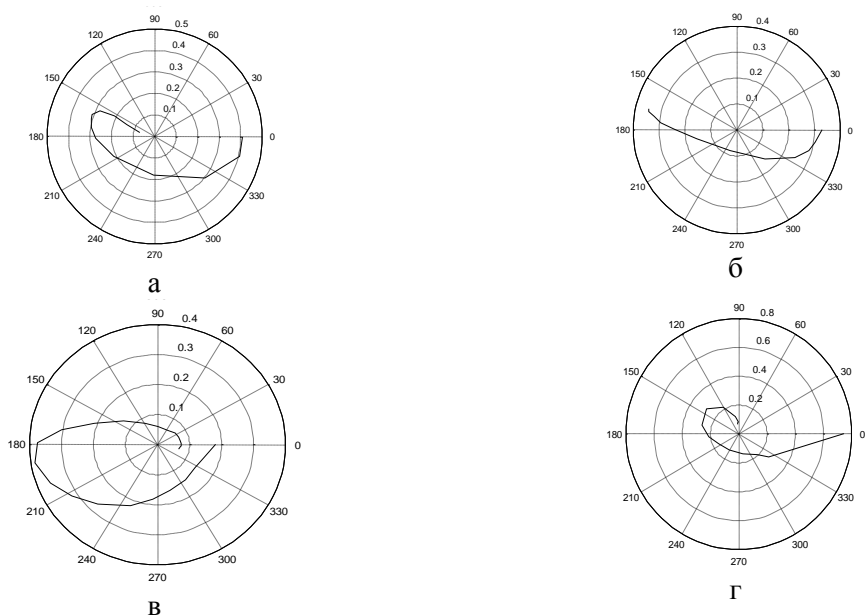


Рис. 3. Годографы первых мод для измерений 2014-2015 г.:  
 а – измерение 1; б – измерение 2; в – измерение 3; г – измерение 4.

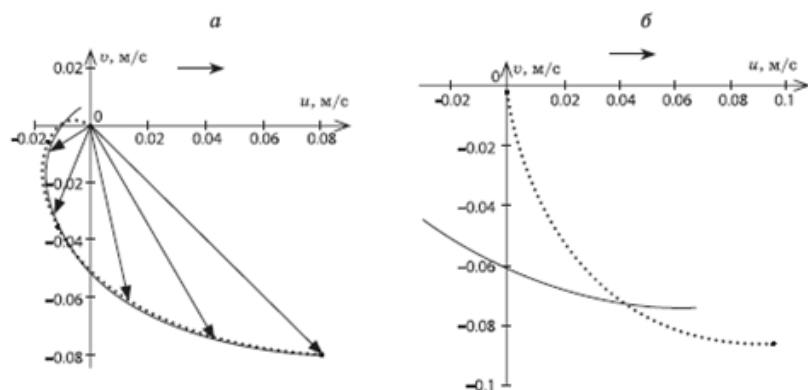


Рис. 4. Типичный пример спирали Экмана при условиях прилипания (а) и проскальзывания (б) на дне и постоянном коэффициенте вертикального турбулентного обмена. На обоих рисунках пунктирной линией обозначено решение в соответствии с моделью Экмана с условием прилипания на дне. При прочих равных параметрах сплошная линия на рисунке (а) соответствует глубине 20 м, на рисунке (б) – глубине 8 м.

Первая мода дает распределение скорости по глубине аналогично распределению по глубине горизонтальных скоростей дрейфового течения в соответствии с моделью Экмана стационарного движения однородной жидкости при различных условиях на дне (рис. 4).

Тип годографа на рис. 3(б) с этой точки зрения полностью может быть объяснен тем, что измерения проводились на наименьшей для всех измерений глубине 8 м.

Для анализа следующих компонент нарисуем их распределение по глубине.

На рис. 5 изображено распределение по глубине первых трех мод для измерения 1. Видно, что с увеличением номера моды увеличивается число перемен знака восточной и северной компонент при продвижении по глубине.

Этот эффект типичен для динамических мод, представляющих собой решение системы уравнений, определяющей внутренние волны в озере, имеющем трехслойную стратификацию.

Анализ первого модального коэффициента (рис. 6) показывает, что первая мода осуществляет в целом вращение против часовой стрелки, хотя имеются и вращения более мелкого масштаба как против часовой стрелки, так и по часовой.

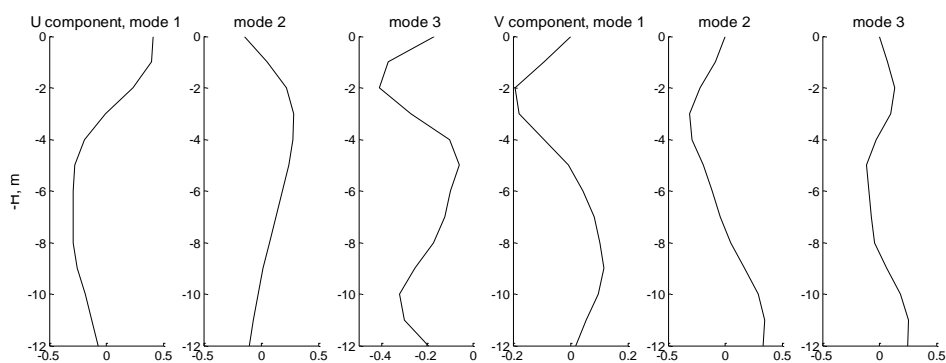


Рис. 5. Восточная и северная компоненты первых трех мод для измерения 1.

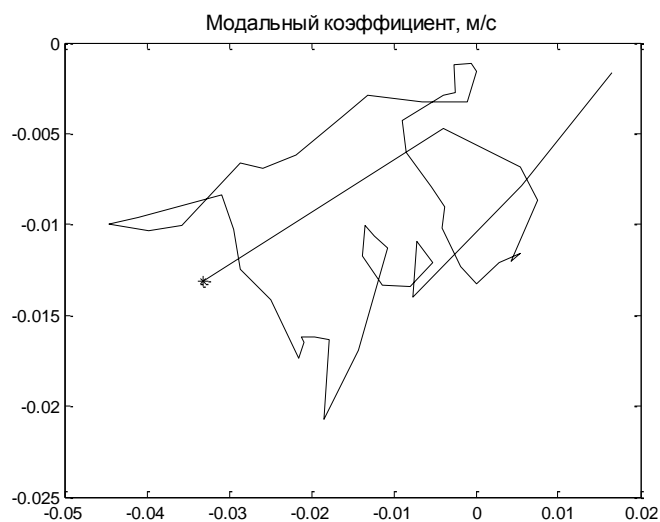


Рис. 6. Годограф первого модального коэффициента для измерения 1, звездочка соответствует первому измерению по времени.

**Заключение.** Применение метода главных компонент позволяет представить течение как сумму конечного числа произведений моды с соответствующим номером на модальный коэффициент. Главная мода представляет собой течение с распределением горизонтальной скорости по глубине, аналогичным спирали Экмана, что соответствует течению однородной жидкости с различными условиями на дне (прилипания, проскальзывания), различными коэффициентами вертикального турбулентного обмена. Следующие моды в силу их структуры могут быть ассоциированы с внутренними волнами.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Gorban A.N., Kegl B., Wunsch D., Zinovyev A.Y. (Eds.), *Principal Manifolds for Data Visualisation and Dimension Reduction*, Series: Lecture Notes in Computational Science and Engineering. Springer, Berlin. Heidelberg. New York, 2007. XXIV. 340 pp.
- [2] Lorenz E.N. Empirical orthogonal functions and statistical weather prediction. Tech. Rep. 1, Statistical Forecasting Project, Department of Meteorology, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1956. 49 pp.
- [3] Kundu P.K., Allen J.S., Smith R.L. Modal decomposition of the velocity field near the Oregon Coast // *Journal of Physical Oceanography*. 1975. Vol. 5. P. 683-704.
- [4] Kundu P.K., Allen J.S. Some three-dimensional characteristic of low-frequency currents near the Oregon Coast // *Journal of Physical Oceanography*. 1976. Vol. 6. P. 181-199.